

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

SONDERFORSCHUNGSBEREICH
BRANDVERHALTEN VON BAUTEILEN

DER SPRECHER

~~XV 216~~

30-0332/001

B I B L I O T H E K
Institut für Daustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 52
D-3300 Braunschweig

ZUR BERECHNUNG VON STAHLBETONKONSTRUKTIONEN

=====

IM BRANDFALL

=====

von

K. Kordina
U. Schneider
A. Haksever
W. Klingsch +)

+) o. Prof. Dr.-Ing. K. K o r d i n a , Leiter Projekt A 1 und Sprecher
des SFB 148,

Dr.-Ing. U. S c h n e i d e r , Leiter Projekt B 3 des SFB 148,

Dipl.-Ing. A. H a k s e v e r , Mitarbeiter des SFB 148,

Dipl.-Ing. W. K l i n g s c h , Mitarbeiter des SFB 148.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
1.1. Vorbemerkung	1
1.2. Problemstellung	1
2. Berechnung der Temperaturfelder in Stahlbetonbauteilen im Brandfall	2
2.1. Grundlagen	2
2.2. Numerische Lösungsmethoden	5
2.3. Vergleich berechneter Bauteiltemperaturen mit Meß- ergebnissen aus Brandversuchen	9
3. Materialeigenschaften von Stahl und Beton bei hohen Temperaturen .	11
3.1. Kritische Betrachtung der Ergebnisse experimenteller Hochtemperaturuntersuchungen	11
3.2. Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Betonstahl bei hohen Temperaturen	12
3.3. Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton bei hohen Temperaturen	15
3.4. Verformungsvorgänge bei Beton infolge instationärer Wärmebeanspruchung	17
4. Berechnung von Stahlbetonbauteilen	22
4.1. Allgemeines	22
4.2. Druckglieder unter Brandbeanspruchung	22
4.3. Rahmen unter Brandbeanspruchung	28
4.4. Zwängungskräfte bei vollständiger Dehnungsbehinderung von Druckgliedern	31
5. Zusammenfassung	35
6. Schrifttum	36

Verzeichnis der Abkürzungen und Symbole

Abkürzung	Benennung	Dimension
a	Temperaturleitfähigkeit	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
c	Wärmekapazität	$\text{kcal kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
e	Lastexzentrizität	cm
i	Koordinatenlinie (Rasterzähler)	1
j	Koordinatenlinie (Rasterzähler)	1
M	Biegemoment	kp · cm
N	Normalkraft	kp
n	Zeitschritt	1
p	Differenzenfaktor	1
\dot{q}	Wärmefluß	$\text{kcal m}^{-2} \text{h}^{-1}$
u	Längenverhältnis	1
T	Temperatur	K
T_{Br}	Brandraumtemperatur	K
T_{O}	Oberflächentemperatur	K
t	Zeit	h
W	Wärmequelle oder -senke	$\text{kcal m}^{-3} \text{h}^{-1}$
x	Koordinate	m
y	Koordinate	m
α	Wärmeübergangszahl	$\text{kcal m}^{-2} \text{h}^{-1} \text{K}^{-1}$
β	Betonfestigkeit	kp cm^{-2}
ϵ	Dehnung	1
λ	Wärmeleitfähigkeit	$\text{kcal m}^{-1} \text{h}^{-1} \text{K}^{-1}$
ϱ	Dichte	kg m^{-3}
σ	Spannung	kp cm^{-2}

1. Einleitung

1.1. Vorbemerkung

In diesem Bericht werden Ansätze und Methoden beschrieben, die z. Z. zur Berechnung von Stahlbetonbauteilen im Brandfall herangezogen werden. Er gibt - in komprimierter Form - den derzeitigen Stand der Erkenntnisse auf diesem Gebiet wieder und stellt somit in gewisser Weise eine Basis für die im Sonderforschungsbereich geplanten werkstoffkundlichen und rechnerischen Untersuchungen dar. Daraus ergibt sich zwangsläufig in einigen Abschnitten dieses Berichts jedoch auch eine gewisse "Unvollständigkeit" bzw. "Lückenhaftigkeit" in der Beschreibung der Verfahren und Ergebnisse. Die langfristig projektierten Arbeiten des SFB sollen dazu beitragen, diese "Lücken" zu schließen und letztlich dazu führen, das Verhalten von Stahlbetonbauteilen und -konstruktionen im Brandfall rechnerisch zu bestimmen.

1.2. Problemstellung

Die Feuerwiderstandsdauer von Stahlbetonbauteilen wird auch heute noch im wesentlichen experimentell bestimmt. Von verschiedenen Forschern [1 bis 4] wurde zwar versucht, die an Einzelbauteilen ermittelten Meßergebnisse durch Einführung geeigneter Näherungsbeziehungen zu allgemeineren Aussagen heranzuziehen, grundsätzlich ist die Aussagefähigkeit derartiger Formeln jedoch beschränkt, weil der Einfluß der thermischen Beanspruchung auf die Materialdaten im betrachteten Bauteil bei solchen Methoden stets nur in einer pauschalen Weise in die Berechnung einbezogen werden kann. Eine Diskretisierung der Materialdaten über den gesamten thermisch beanspruchten Querschnitt ist bei diesen Verfahren dagegen im allgemeinen nicht möglich.

Mit der Entwicklung leistungsfähiger Rechenanlagen ist die Anwendung numerischer, diskreter Berechnungsmethoden (Differenzen- und Finite-Element-Methode) in den Vordergrund gerückt, und es ist wahrscheinlich, daß mit derartigen Verfahren das Brandverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen zukünftig auch rechnerisch vorhergesagt werden kann. Es ist daher eine klare Entwicklung zu erkennen, die bisherigen empirischen Methoden durch theoretische

Untersuchungen zu ergänzen und teilweise sogar zu ersetzen. Insbesondere im Hinblick auf die Beurteilung des Brandverhaltens von Gesamtbauwerken scheint eine Intensivierung der theoretischen Arbeiten dringend erforderlich, weil das Zusammenwirken mehrerer Bauteile unter Brandbeanspruchung versuchstechnisch kaum zu realisieren ist.

Grundlage für derartige Untersuchungen bzw. Berechnungsmethoden sind ausreichende Kenntnisse über die Materialeigenschaften von Stahl und Beton bei hohen Temperaturen. Die damit zusammenhängenden Fragen werden im folgenden daher zunächst im Vordergrund stehen. Daran anschließend wird über erste Berechnungsergebnisse an Stahlbetonbauteilen berichtet. Als Berechnungsbeispiele wurden

- a) Druckglieder (statisch bestimmt gelagerte Stützen) und
- b) der kompliziertere Fall eines einhüftigen Rahmens (einfach statisch unbestimmt) gewählt.

2. Berechnung der Temperaturfelder in Stahlbetonbauteilen bei Brandbeanspruchung

2.1. Grundlagen

Das Verhalten von Stahlbetonkonstruktionen im Brandfall wird wesentlich von den darin auftretenden Temperaturen bestimmt, weil jede Temperaturänderung in einem Bauteil naturgemäß mit erheblichen charakteristischen Veränderungen der Materialeigenschaften verbunden ist und darüber hinaus infolge der thermischen Dehnung in vielen Fällen mit zusätzlichen Verschiebungen und Verdrehungen gerechnet werden muß. Die Berechnung der Temperaturfelder innerhalb des Bauteils ist daher Voraussetzung für jede weitere mathematische Behandlung des Problems, es sei denn, die Temperaturen werden in gesonderten Versuchen vorher bestimmt. Im allgemeinen wird man jedoch davon ausgehen müssen, daß die Temperaturen im Bauteil in Abhängigkeit von Ort und Zeit nicht bekannt sind. In einem solchen Fall muß der Zeitverlauf der mittleren Brandraumtemperatur als bekannt vorausgesetzt werden, wobei die Frage, ob

es sich um einen speziellen Temperatur-Zeit-Verlauf - z. B. des Normbrandes nach DIN 4102 - oder um einen zufälligen von der Brandlast abhängigen natürlichen Brandverlauf handelt, noch offen bleiben kann. Weiterhin sind die Wärmeübergangsbedingungen als bekannt anzusehen, damit zu jedem Zeitpunkt der an der Bauteiloberfläche herrschende Wärmestrom berechnet werden kann.

Die mathematische Formulierung des Temperaturproblems wurde erstmalig 1822 von J. B. FOURIER angegeben. Die nach ihm benannte Differentialgleichung lautet:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div} \lambda (\operatorname{grad} T) + W \quad +) \quad (2.1)$$

Bei dem hier behandelten Problem werden Wärmequellen und -senken (hier durch W gekennzeichnet) erwartet, weil die Dehydratation des Betons bei hohen Temperaturen und auch die Verdampfung des Kapillarwassers naturgemäß mit Energieänderungen verknüpft sind, die die Temperaturfelder merklich beeinflussen. Es hat sich jedoch gezeigt, daß die numerische Behandlung von Gl. (2.1) wesentlich vereinfacht werden kann, wenn die genannten Effekte durch eine Modifizierung der Temperatur- und Wärmeleitfähigkeit berücksichtigt werden und $W = 0$ gesetzt wird. Im übrigen sollte man sich darüber im klaren sein, daß Gl. (2.1) ohnehin das vorliegende Problem nur näherungsweise beschreibt, weil in Betonbauteilen im Brandfall parallel zum Wärmetransport im allgemeinen ein erheblicher Feuchtigkeitstransport abläuft, so daß sich hier zwei Transportvorgänge überlagern, die nach den Gesetzen der irreversiblen Thermodynamik durch ein System von partiellen Differentialgleichungen behandelt werden müßten.

Mit $W = 0$ ergibt sich aus Gl. (2.1) für ein ebenes Temperaturfeld

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{d\lambda}{dT} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right], \quad (2.2)$$

d. h. für die Berechnung der lokalen Temperaturänderungen müssen sowohl die

+) Alle Formelzeichen sind am Anfang der Arbeit erklärt.

Temperaturabhängigkeit der Temperaturleitfähigkeit der verwendeten Werkstoffe

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} , \quad (2.3)$$

als auch die der Wärmeleitfähigkeit λ bekannt sein. Untersuchungen haben ergeben, daß bei Stahlbetonbauteilen - im Rahmen der praktisch vorkommenden Bewehrungsgehalte - die thermischen Eigenschaften des Betons für die im Bauteil auftretenden Temperaturen maßgebend sind. Daraus ergibt sich bereits eine geringe Vereinfachung für die Lösung der Gl. (2.2), weil die thermischen Eigenschaften der Bewehrung nicht berücksichtigt werden müssen.

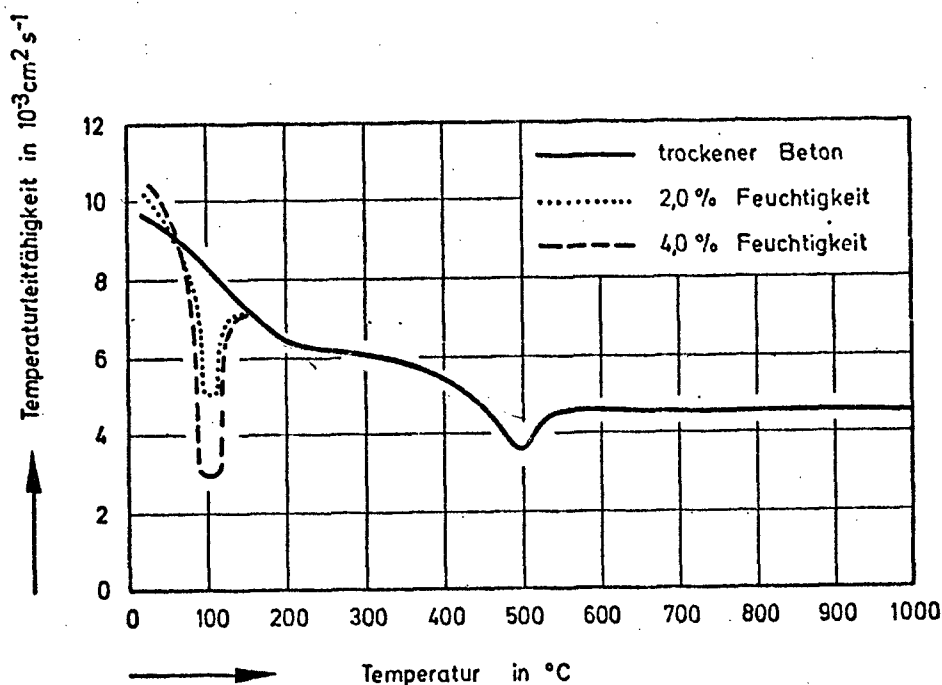


Bild 1: Temperaturleitfähigkeit von Normalbeton mit quarzhaltigen Zuschlägen bei hohen Temperaturen

Wie oben erwähnt, sind die thermischen Eigenschaften des Betons im Brandfall aufgrund der sich überlagernden Transportvorgänge nur näherungsweise bekannt, so daß sich für die Lösung des Temperaturproblems für praktische Fälle die Einführung modifizierter Temperatur- und Wärmeleitfähigkeitsbeziehungen anbietet. Auf Abbildung 1 ist beispielsweise die auf halbempirischem Wege gefundene Temperaturleitfähigkeit für Konstruktionsbetone mit quarzitischen Zuschlagstoffen dargestellt. Eigene Studien, die besonders dem Einfluß unterschiedlicher Betonfeuchte auf die Temperaturentwicklung galten, zeigen gute Übereinstimmungen zwischen der angegebenen Beziehung mit theoretischen und experimentellen Untersuchungen [5, 6].

Aus dem Bild geht deutlich der Einfluß der Betonfeuchtigkeit auf die Temperaturleitfähigkeit hervor. Im Bereich der Verdampfung des Kapillarwassers um 100°C tritt mit zunehmender Feuchte eine Abnahme in der Leitfähigkeit auf, die durch den intensiven Verdampfungsvorgang im Beton erklärt werden kann. Oberhalb von 100°C stellt sich ein etwas gleichmäßigerer Temperaturgang in der Temperaturleitfähigkeit ein. Allerdings machen sich auch bei höheren Temperaturen die im Beton ablaufenden physikochemischen Prozesse noch bemerkbar, wie das relative Minimum der Temperaturleitfähigkeit im Bereich der Portlandzersetzung um 500°C deutlich zeigt.

2.2. Numerische Lösungsmethoden

Die ersten systematischen, vornehmlich experimentellen Untersuchungen zum Problem der Temperaturentwicklung in thermisch beanspruchten Stahlbetonbauteilen gehen zurück bis auf die Versuche von GARY [1] im Jahre 1911. Mit der Entwicklung eines graphischen Verfahrens zur Lösung der parabolischen Differentialgleichung (2.1) durch BINDER [7] und SCHMIDT [8] wurde es jedoch möglich, das Problem der instationären Wärmeleitung in Bauteilen auch theoretisch nachzuvollziehen. Diese Methode wurde beispielsweise von MOHEIT [9] und KOCHERSCHIEDT [10] mit Erfolg angewendet. Allerdings ist der Aufwand bei diesem Verfahren, insbesondere bei hohen Genauigkeiten und veränderlichen Stoffwerten, relativ hoch, so daß es heutzutage an Bedeutung verloren hat.

Ein sehr interessanter Weg zur Lösung des Temperaturproblems wurde 1938 von Busch [11] eingeschlagen. Ausgehend von einer theoretischen Lösung der Fourierrechnung für den eindimensionalen Fall, gelang es ihm, die Temperaturentwicklung in Stahlbetonbauteilen in geschlossener Form anzugeben und die zu erwartenden Temperaturfelder zu berechnen. Bei diesem Verfahren werden allerdings konstante Stoffwerte vorausgesetzt - beim Binder-Schmidt-Verfahren ist dieses nicht erforderlich.

Erst die Anwendung numerischer Berechnungsverfahren, unter Benutzung elektronischer Großrechenanlagen, ermöglichte genauere Untersuchungen bei vertretbarem Zeitaufwand. Die konsequente Anwendung dieser Methode führte schließlich bei Einbeziehung variabler Stoffwerte und genauerer Wärmeübergangsbedingungen zu wirklichkeitsnahen Berechnungen von Temperaturfeldern. In der überwiegenden Zahl aller Fälle wird dabei auf Verfahren zurückgegriffen, die prinzipiell sowohl auf eindimensionale als auch auf zwei- und dreidimensionale Probleme anwendbar sind.

Von den derzeitig angewandten Diskretisierungsverfahren wären u. a. das Differenzenverfahren, das Verfahren der dynamischen Relaxation und die "Finite-Element"-Methode zu nennen. Das Differenzenverfahren ist dabei die bekannteste Methode. BORNEMANN [12], ÖDEEN [13] und EHM [14] haben die ersten Arbeiten vorgelegt, in denen diese Methode zur Berechnung der Temperaturverteilung in Stahlbetonbauteilen erfolgreich angewandt wurde.

Das Verfahren der dynamischen Relaxation ist dagegen relativ jung. Trotz einiger numerischer Vorteile ist es bisher wenig verbreitet und kommt, soweit es die Berechnung von Temperaturfeldern betrifft, nur selten zur Anwendung [15].

Die "Finite-Element"-Methode wurde in den sechziger Jahren erstmals zur Lösung der Fourierschen Differentialgleichung herangezogen [16]. Ihre Anwendung bietet sich besonders bei komplizierten geometrischen Randbedingungen, mehrfach berandeten Flächen und dreidimensionalen Problemen an. Dem Nachteil einer längeren Rechenzeit gegenüber dem Differenzenverfahren steht die nahezu uneingeschränkte Anwendbarkeit eines solchen einmal entwickelten Rechenprogramms gegenüber. Für einfache Geometrien - was in der Baupraxis häufig der Fall ist - überwiegen die Vorteile des Differenzenverfahrens, im Hinblick auf eine universelle Anwendbarkeit ist dagegen die "Finite-Element"-Methode zu bevorzugen.

In den zurückliegenden Jahren wurden am Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau mehrere Standardprogramme zur Berechnung von Temperaturfeldern in Stahlbetonbauteilen entwickelt. Grundlage der Berechnungsmethode ist in diesen Programmen das sogenannte "explizite" Differenzenverfahren. "Explizit" bedeutet in diesem Zusammenhang, daß die Temperaturverteilung zum Zeitpunkt t^{n+1} aus der Temperaturverteilung zum Zeitpunkt t^n berechnet wird. Es gilt dabei folgende Beziehung:

$$t^{n+1} = t^n + \Delta t \quad (2.4)$$

Ein Nachteil dieses Verfahrens liegt darin, daß die Schrittweite Δt aus Stabilitätsgründen relativ klein (Größenordnung 15 s) gewählt werden muß, woraus sich längere Rechenzeiten ergeben. Andererseits muß bei Bränden jedoch häufig davon ausgegangen werden, daß im Brandraum örtliche Temperatursteigerungen von etwa 100 grd/min nicht selten sind, so daß es aus diesem

Grunde ohnehin erforderlich ist, mit kleinen Zeitschritten zu rechnen, weil anderenfalls die thermischen Randbedingungen (d. h. der Brandablauf) nicht mit ausreichender Genauigkeit simuliert werden können.

Bei der numerischen Berechnung von Temperaturfeldern empfiehlt es sich, Gl. (2.2) in einer anderen Schreibweise zu verwenden:

$$\rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

Für den Zeitpunkt t^{n+1} läßt sich daraus die Temperatur eines im Betonquerschnitt liegenden Punktes mit den Koordinaten (i,j) folgendermaßen berechnen:

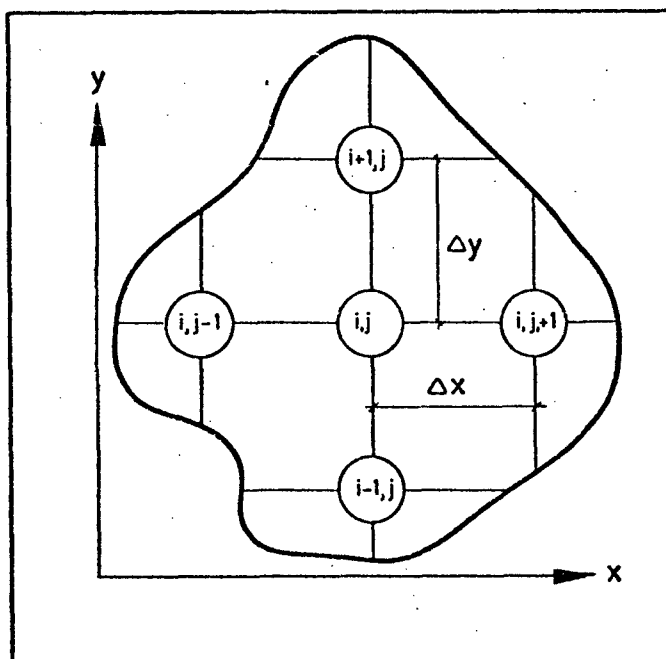


Bild 2: Bezeichnung der Gitterpunkte zur Berechnung der Temperaturfelder nach dem Differenzenverfahren

$$\begin{aligned}
 T_{i,j}^{n+1} = & T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n \cdot (p_{i,j} \cdot \beta_{i,j-1}) \\
 & + T_{i,j+1}^n \cdot (p_{i,j} \cdot \beta_{i,j+1}) \\
 & + T_{i-1,j}^n \cdot (p_{i,j} \cdot \beta_{i-1,j} \cdot u^{-2}) \\
 & + T_{i+1,j}^n \cdot (p_{i,j} \cdot \beta_{i+1,j} \cdot u^{-2}) \\
 & - T_{i,j}^n \cdot [p_{i,j} \cdot (\beta_{i,j+1} + \beta_{i,j-1} + \beta_{i+1,j} \cdot u^{-2} + \beta_{i-1,j} \cdot u^{-2})]
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Bild 2 verdeutlicht die bestehenden Beziehungen zwischen den benachbarten Gitterpunkten. Die in Gl. (2.6) vorkommenden Faktoren berücksichtigen den Einfluß der Temperatur auf die Leitfähigkeit des Betons, z. B.:

$$p_{i,j} = \frac{a_{i,j} \cdot \Delta t}{\Delta x^2}, \tag{2.7}$$

sowie den Einfluß der Geometrie des Gitterrasters auf die Temperaturverteilung. Mit ungleichen Gitterabständen Δx und Δy läßt sich häufig die Anzahl der Gitterpunkte wesentlich vermindern (z. B. bei balkenartigen Bauteilen), woraus sich kürzere Rechenzeiten ergeben. Es gilt allgemein:

$$u = \Delta y / \Delta x \tag{2.8}$$

Für Gitterpunkte (i,j) , die auf Symmetrielinien liegen, läßt sich Gl. (2.6) unter Berücksichtigung der Symmetrie sinngemäß anwenden. Bei Punkten (i,j) an der Bauteiloberfläche treten in Gl. (2.6) unbekannte Oberflächentemperaturen auf, die mit Hilfe der thermischen Randbedingungen aus dem Wärmefluß an der Bauteiloberfläche ermittelt werden müssen.

Im allgemeinen Fall muß man davon ausgehen, daß die nur mittlere Brandraumtemperatur bekannt ist und der an der Bauteiloberfläche herrschende Wärmefluß mit Hilfe des Newtonschen Gesetzes

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_{Br} - T_o) \tag{2.9}$$

berechnet werden kann. Andererseits gilt an der Bauteiloberfläche die Wärmeleitgleichung

$$\dot{q} = - \lambda \text{ grad } T_0, \quad (2.10)$$

so daß die unbekannte Oberflächentemperatur an jedem Punkt (i,j) der Bauteiloberfläche aus Gl. (2.9) und Gl. (2.10) berechnet werden kann.

Der in Gl. (2.9) auftretende Wärmeübergangskoeffizient α ist allerdings sowohl zeitlich als auch örtlich verschieden und kann erfahrungsgemäß nur selten in geschlossener Form angegeben werden. Er setzt sich im Brandfall aus einem konvektiven und einem radiativen Anteil zusammen. Untersuchungen haben ergeben [14, 17], daß bei Brandversuchen nach DIN 4102 näherungsweise mit konvektiven Wärmeübergangszahlen zwischen 15 und 40 kcal/m²hgrad gerechnet werden kann. Die für den radiativen Wärmeübergang maßgebenden Emissionszahlen dürften dabei etwa bei 0,3 bis 0,65 liegen. Auf Einzelheiten kann hier jedoch nicht weiter eingegangen werden.

2.3. Vergleich berechneter Bauteiltemperaturen mit Meßergebnissen aus Brandversuchen

Im folgenden wird die Leistungsfähigkeit des hier nur kurz erläuterten Differenzenverfahrens an einem Beispiel demonstriert.

In einem 20 cm x 40 cm dicken Stahlbetonbalken wurden die Temperaturen für den Fall einer Feuerbeanspruchung entsprechend der Einheitstemperaturkurve (ETK) nach DIN 4102 berechnet. Als mittlere Betonfeuchtigkeit wurden 4,0 Gewichtsprozent angesetzt und die Wärmeübergangsbedingungen im Rahmen der in Abschnitt 2.2 angegebenen Werte gewählt. Auf Abbildung 3 sind die berechneten Temperaturen, zusammen mit den experimentell ermittelten Bauteiltemperaturen, in bestimmten Meßtiefen dargestellt. Man sieht, daß die berechneten und die gemessenen Bauteiltemperaturen selbst nach Branddauern von über 90 Minuten sehr gut übereinstimmen, was als ein Beweis für die große Genauigkeit des Rechenverfahrens angesehen werden kann. Insbesondere wird auch der bei experimentellen Untersuchungen zu beobachtende Temperaturhaltepunkt, infolge der Verdampfung des Kapillarwassers bei etwa 100 °C, in der Berechnung mit guter Genauigkeit wiedergegeben.

Zusammenfassend ist demnach festzustellen, daß die numerische Berechnung von Temperaturfeldern in Stahlbetonbauteilen bei bekannten thermischen Randbedingungen zufriedenstellend gelöst ist. Allerdings gilt dies nur für Konstruktionsbetone, deren Hochtemperatureigenschaften (Temperatur- und Wärmeleitfähigkeit) hinreichend bekannt sind. Bei Spezialkonstruktionen (z. B. geputzte Bauteile) wird man auch zukünftig nicht auf Brandversuche zur Ermittlung der Temperaturverteilung verzichten können.

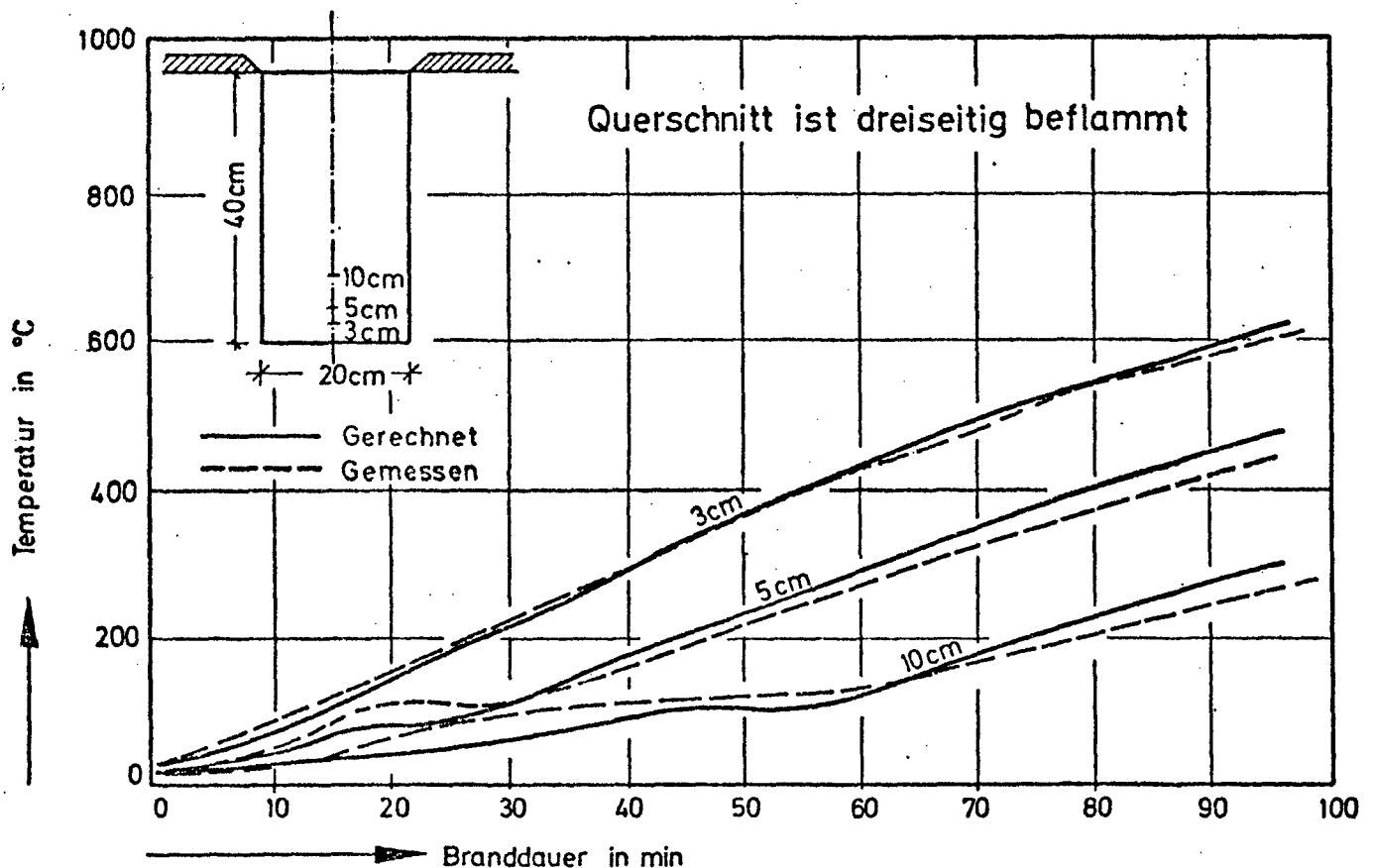


Bild 3: Vergleich der berechneten und gemessenen Temperaturen in einem Stahlbetonbalken

3. Materialeigenschaften von Stahl und Beton bei hohen Temperaturen

3.1. Kritische Betrachtung der Ergebnisse experimenteller Hochtemperaturuntersuchungen

Bei einer systematischen Auswertung der Ergebnisse in- und ausländischer Materialuntersuchungen hat sich gezeigt, daß die ermittelten Materialkennwerten in weiten Grenzen schwanken, wobei die Ergebnisse der im "heißen" Zustand ermittelten Daten gegenüber denjenigen der im "kalten" Zustand deutlich größeren Streuungen unterliegen. Weiterhin wurde festgestellt, daß die Streuungen der Betonkennwerte im allgemeinen größer sind als entsprechende Stahlwerte.

Als Ursache für die festgestellten Streuungen sind verschiedene Gründe anzusehen, von denen hier einige diskutiert werden sollen. Es ist klar, daß der zusätzliche Parameter Temperatur die werkstoffkundlichen Untersuchungen und Messungen erheblich erschwert und allein schon durch die zusätzlich erforderliche Temperaturmessung im statistischen Sinne weitere Meßfehler impliziert werden. Daraus resultieren bei hohen Temperaturen naturgemäß größere Streuungen als bei Raumtemperatur. Ebenso ist verständlich, daß man in vielen Fällen bei Hochtemperaturuntersuchungen sicherlich nicht die gleiche meßtechnische Präzision erreicht wie bei 20 °C, weil die Auswahlmöglichkeiten in der Meßmethodik durch den Temperatureinfluß häufig so weit eingeengt werden, daß man auf vom Prinzip her weniger genaue Verfahren zurückgreifen muß.

Weitere Einflußgrößen, die die Ergebnisse werkstoffkundlicher Untersuchungen merklich beeinflussen, können z. B. mit dem Versuchsaufbau und der Versuchsdurchführung zusammenhängen. Zu dem Versuchsaufbau gehört u. a. die Festlegung der Probekörperabmessungen, die für Stahluntersuchungen deshalb auch genormt sind. Für Betonuntersuchungen gibt es keine derartigen Vorschriften, so daß hierin ein wesentlicher Grund für die bei Betonkennwerten festgestellten Schwankungen zu sehen ist.

Bei der Versuchsdurchführung ist zu beachten, daß, z. B. bei der Aufnahme von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen, die Meßergebnisse ganz wesentlich von der Belastungsgeschwindigkeit abhängen. Bei hohen Temperaturen wird dieser Einfluß naturgemäß noch größer sein als bei Raumtemperatur, weil sowohl der Stahl als auch der Beton im allgemeinen bei höheren Temperaturen eine größere Verformungsfähigkeit besitzen. Dieses ist ebenfalls ein ganz wichtiger Grund für die festgestellten Schwankungen in den Materialdaten.

Abschließend sei bemerkt, daß bezüglich der Angabe von Materialkennwerten für Stahl und Beton derzeit noch große Unsicherheiten bestehen, die nur durch intensive Forschungen überwunden werden können. Weiterhin scheint es nicht sinnvoll zu sein, Materialkennwerte ohne jegliche vorhergehende Wertung aus einer großen Zahl verschiedenartiger Untersuchungen z. B. in Form von Mittelwerten zu ermitteln, in der Hoffnung, damit möglichst viele Meßfehler auszuschalten. Sicherer ist es, sich an Versuche anzulehnen, die einerseits hinsichtlich des Prüfmaterials, mit den im betrachteten Stahlbetonbauteil verwendeten Materialien vergleichbar sind und die darüber hinaus in der Versuchsdurchführung (insbesondere hinsichtlich der Temperaturführung) den im Brandfall zu erwartenden thermischen Beanspruchungen möglichst nahe gekommen sind.

3.2. Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Betonstahl bei hohen Temperaturen

Im Rahmen dieser Arbeit können die Eigenschaften von Betonstählen nicht im Detail behandelt werden. Hier sollen deshalb nur einige Hinweise gegeben werden, die zum Verständnis der in Abschnitt 4 beschriebenen Rechenverfahren notwendig sind. Da es sich dabei im wesentlichen um nichtlinearelastische bzw. hyperelastische Verfahren handelt, wird hier nur das Spannungs-Dehnungsverhalten von Stählen bei hohen Temperaturen diskutiert. Fragen des Hochtemperaturkriechens - das im Brandfall u. U. ebenfalls von Bedeutung sein kann - werden nicht behandelt. In diesem Zusammenhang sei lediglich auf die Literatur hingewiesen [18, 19].

Naturgemäß sinken Fließgrenze und Bruchfestigkeit der üblichen Kohlenstoffstähle, und damit auch der Betonstähle, bei Erwärmung, insbesondere über 250 °C, gegenüber den Werten bei Raumtemperatur. Gleichzeitig nehmen Dehnung und Verformbarkeit zu. Nach dem Abkühlen besitzen naturharte Stähle annähernd ihre Ausgangswerte, bei kaltgezogenen Stählen dagegen nehmen Fließgrenze und Bruchfestigkeit in Abhängigkeit von Höhe und Dauer der Erhitzung ab.

Die Mehrzahl der auf dem Stahlsektor durchgeführten Untersuchungen wurde jedoch nicht an Betonstählen durchgeführt. Somit lassen sich viele der vorhandenen Versuchsergebnisse wegen der unterschiedlichen chemischen Zusammensetzung nur mit Einschränkungen auf die in Deutschland gebräuchlichen Bau- und Betonstähle übertragen. Dennoch läßt sich aus den vorhandenen Messungen eine Rechenwertfunktion für die verschiedenen Stahlkennwerte mit einiger Berechtigung formulieren. Ein Vergleich der bezogenen Materialkennwerten unterschiedlicher, naturharter Stähle zeigt einen gemeinsamen Verlauf selbst zwischen Betonstählen und manchen Sonderstählen des Maschinenbaues. Insofern kann eine daraus entwickelte Funktion für die Stahlkennwerte innerhalb gewisser Schwankungsgrenzen als abgesichert gelten. Auf Abbildung 4 ist ein von HARMATHY und STANZAK [20] ermitteltes Spannungs-Dehnungs-Diagramm für den amerikanischen Konstruktionsstahl ASTM A 36 angegeben. Aus diesem Bild und unter Berücksichtigung der Ergebnisse anderer Forscher wurden aufgrund der obigen Überlegungen z. B. die im Abschnitt 4 verwendeten Rechenfunktionen für deutsche Betonstähle entwickelt, weil vergleichbare inländische Untersuchungen bisher nicht vorliegen.

Im Stahlbetonbau wird die Bewehrung primär zur Aufnahme von Zugkräften herangezogen. Bei symmetrisch bewehrten Druckgliedern liegt jedoch wenigstens eine Hälfte der Bewehrung im Druckbereich. Es liegt daher nahe, Betonstähle bei Temperaturbeanspruchung sowohl im Zug- als auch im Druckbereich zu prüfen, um Veränderungen der Stähle in ihrem Druckverhalten gegenüber dem Zugverhalten berücksichtigen zu können. Die wenigen bislang bekanntgewordenen Druckversuche an Stählen bei hohen Temperaturen sind auf Abbildung 5 dargestellt [21]. Vergleicht man diese Werte mit den in Abbildung 4 angegebenen Messungen, so sind keine wesentlichen Unterschiede festzustellen. Lediglich die Bruchdehnungen scheinen im Druckversuch - vermutlich bedingt durch das Ausknicken der Probekörper im Versuch - wesentlich geringer zu sein als bei Zugversuchen.

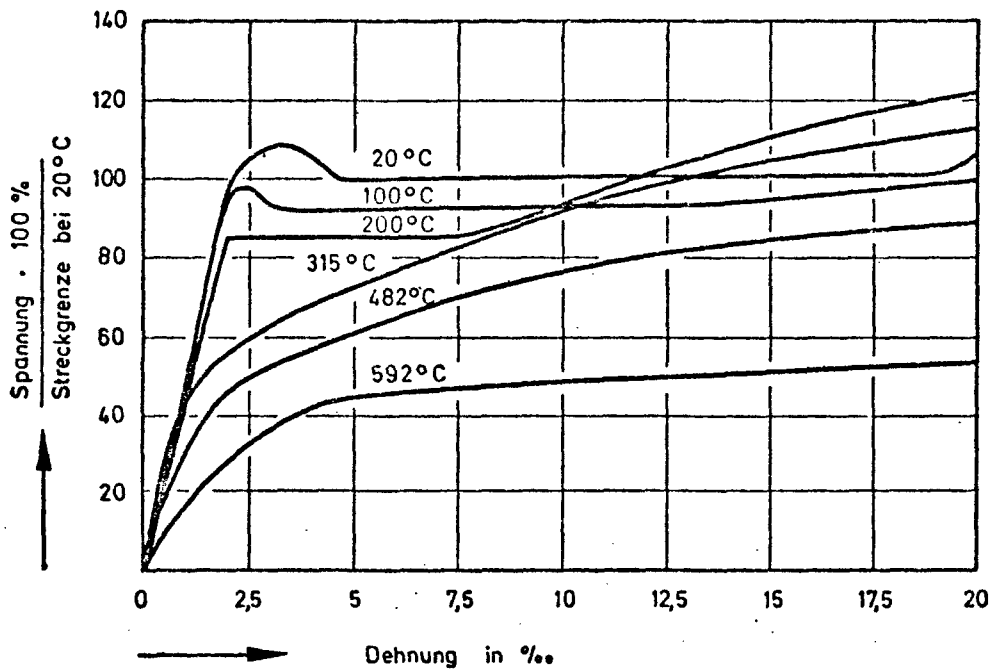


Bild 4: Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Baustahl im Zugversuch bei hohen Temperaturen [20]

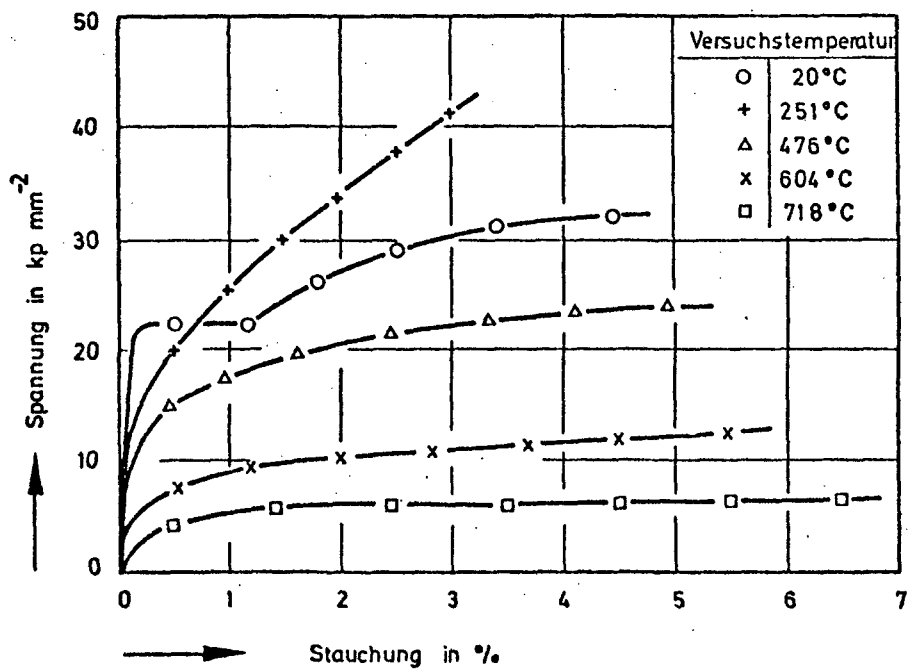


Bild 5: Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Baustahl im Druckversuch bei hohen Temperaturen [21]

3.3. Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton bei hohen Temperaturen

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Beton unter erhöhten Temperaturen wurde in jüngster Zeit von mehreren Forschern untersucht. Erste Messungen haben 1966 HARMATHY und BERNDT [22] vorgelegt, wobei Untersuchungen an reinen Zementpasten und Leichtbetonen im Vordergrund standen. WEIGLER und FISCHER [23] und FURAMURA [24] haben das Verhalten von Normalbetonen studiert. Von Weigler wurden, in Abhängigkeit von der Versuchsführung, drei deutlich voneinander abgestufte $\beta_N(T)$ -Verläufe des gleichen Betons festgestellt:

Versuchstyp 1: Die Betonproben werden unter Last bis zur Prüftemperatur T erwärmt und heiß geprüft - $\beta_{N1}(T)$.

Versuchstyp 2: Die Betonproben werden unbelastet erwärmt und heiß geprüft - $\beta_{N2}(T)$.

Versuchstyp 3: Die Betonproben werden erwärmt, wieder abgekühlt und dann erst geprüft - $\beta_{N3}(T)$.

Die so ermittelten Festigkeitsbeziehungen sind qualitativ in folgender Reihenfolge einzustufen:

$$\beta_{N1}(T) > \beta_{N2}(T) > \beta_{N3}(T).$$

Eigene neuere Versuchsergebnisse⁺⁾ sind auf Abbildung 6 dargestellt. Die Probekörper wurden bei diesen Versuchen unbelastet mit 2 K min^{-1} aufgeheizt und danach 2 bis 3 Stunden bei Versuchstemperatur gehalten. Anschließend wurden sie in heißem Zustand, d. h. ohne vorherige Abkühlung, geprüft, wobei die Belastungsgeschwindigkeit so gewählt wurde, daß sich Versuchszeiten von 10 bis 15 Minuten ergaben.

+) Abmessungen der Probekörper: 8,0 cm Durchmesser, 30 cm Länge,

Mischungsaufbau: PZ 350 F 340 kg/m^3 , Quarzzuschlag 1840 kg/m^3 , Wasserzementfaktor $\sim 0,54$, Betonalter rd. 240 Tage.

Aus Abbildung 6 geht das für einen Normalbeton typische Verhalten bei hohen Temperaturen hervor: Mit zunehmender Temperatur ist eine deutliche Abnahme von Festigkeit und Elastizität festzustellen, wohingegen die Verformungsfähigkeit bzw. Plastizität erheblich ansteigt. Bei 600 °C sind nach den vorliegenden Messungen Bruchstauchungen in der Größenordnung von 8 % zu erwarten. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß die Größe der Bruchstauchungen schon unter Normaltemperatur als ein nur ungefähr zu bestimmender Wert gilt. Unter der zusätzlichen Einwirkung von hohen Temperaturen in Verbindung mit unterschiedlichen Aufheizgeschwindigkeiten und Temperaturstandzeiten werden diese Werte umso unsicherer und stark streuend.

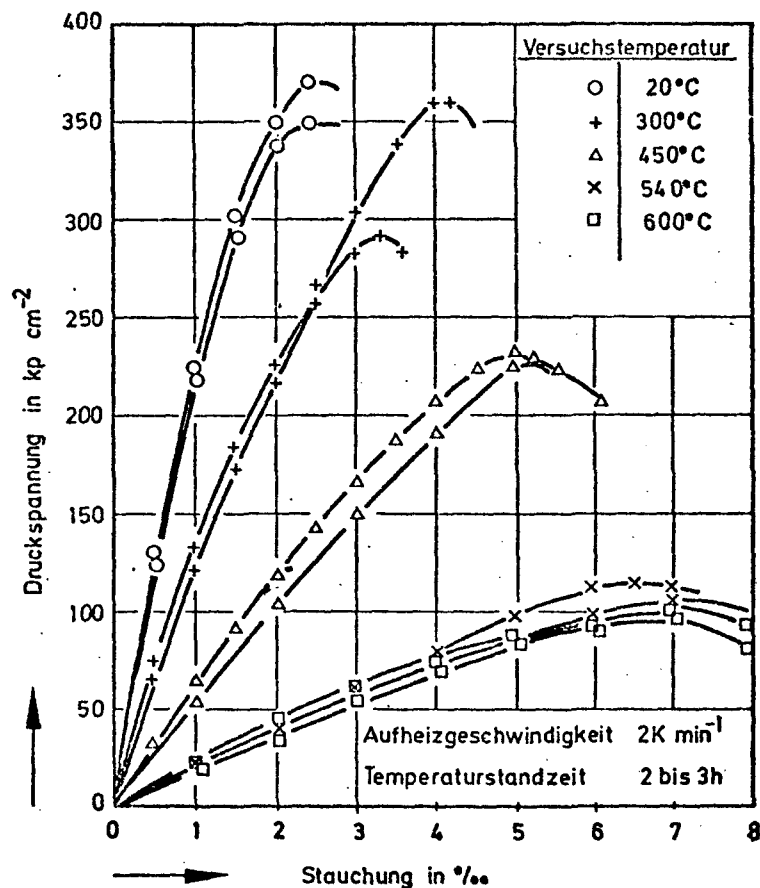


Bild 6: Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Normalbeton bei hohen Temperaturen

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Beton unter erhöhten Temperaturen wird nicht nur von der Versuchsführung, sondern einer ganzen Reihe anderer Parameter beeinflusst. Dazu gehören beispielsweise Probenabmessungen, Zuschlag- und Zementart, das Mischungsverhältnis der verwendeten Betonmischung, die Art der Lagerung des Betons und auch das Betonalter. Naturgemäß ist es schwierig, alle diese Einflußgrößen mit einigen wenigen Versuchsreihen zu erfassen. Die bisher vorliegenden Arbeiten reichen daher bei weitem nicht aus, die noch offenstehenden Fragen zu beantworten. Weitere Untersuchungen auf diesem Gebiet sind deshalb dringend erforderlich.

3.4. Verformungsverhalten von Beton bei instationärer Wärmebeanspruchung

Neuere Untersuchungen haben ergeben, daß es bei der Berechnung von Betonbauteilen im Brandfall im allgemeinen nicht genügt, temperaturabhängige Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte einzuführen, sondern daß dabei eine ganze Reihe weiterer Einflußgrößen zu berücksichtigen ist. Es wurde u. a. festgestellt, daß die bei Erwärmung belasteter Betonbauteile auftretenden Gesamtverformungen aus mehreren, untereinander verknüpften Verformungsanteilen bestehen, die darüber hinaus nicht nur von der erreichten Temperaturhöhe abhängen, sondern durch weitere Parameter - beispielsweise Aufheizgeschwindigkeit und Betonfeuchtigkeit - beeinflusst werden.

Nach [25] kann die Gesamtverformung des Betons bei instationärer Wärmebeanspruchung aus mindestens fünf Einzelverformungen zusammengesetzt werden. Dazu gehören: die thermischen Dehnungen, das Schwinden, elastische und nicht-elastische Verformungen sowie Kriechverformungen. Die ersten beiden Verformungsarten repräsentieren im wesentlichen physikalische Eigenschaften des Materials, während alle übrigen Verformungsarten zusätzlich von der im Betonquerschnitt herrschenden Spannung abhängen. Bei Hochtemperaturuntersuchungen hat sich nun - wie schon oben erwähnt - gezeigt, daß die spannungsabhängigen Verformungen sich gegenseitig beeinflussen und dementsprechend im Experiment nicht voneinander getrennt ermittelt werden können. Das liegt vor allen Dingen daran, daß bei instationären Vorgängen - obwohl wir es dabei im allgemeinen mit relativ kurzen Beanspruchungszeiten zu tun haben - die Gesamtverformung des Betons nicht nur von den thermischen, sondern, wie in 3.3. schon angedeutet, auch von den mechanischen Randbedingungen, d. h. von der "Spannungsgeschichte" des Betons während der Aufheizung, abhängt.

Im Rahmen des SFB sind verschiedene Untersuchungen geplant, um über das komplexe Verformungsverhalten von Beton Klarheit zu gewinnen. Erste Versuchsergebnisse sind auf Abbildung 7 dargestellt. Es handelt sich dabei um Verformungsmessungen, die an einachsigt belasteten Betonprobekörpern durchgeführt wurden (Mischungsaufbau wie in Abschnitt 3.3 angegeben). Die Probekörper waren mit jeweils 0 bis 60 % ihrer Kurzzeitfestigkeit bei Raumtemperatur belastet und wurden mit 2 K min^{-1} aufgeheizt.

Im Fall $P = 0 \%$ wurde somit nur die thermische Dehnung (einschließlich Schwinden) des Betons gemessen. Die maximale Dehnung liegt in diesem Fall bei etwa 16 %, eine Folge des hohen Quarzanteils im Zuschlagmaterial. Die Messungen stimmen recht gut mit den aus der Literatur bekannten Werten überein, wobei darauf hingewiesen werden sollte, daß auch der reine Quarz oberhalb 600°C einen geringfügigen Rückgang in der Dehnung aufweist.

Belastete Betonproben zeigen während der Aufheizung naturgemäß geringere Verformungen, wobei die Dehnungen mit zunehmendem Belastungsgrad erheblich zurückgehen. Bei 60 %-iger Belastung schwanken die Verformungen bis ungefähr 400°C um Null, d. h. die gesamte thermische Dehnung wird durch elastische und nichtelastische Verformungsanteile kompensiert. Zusätzliche elastische Verformungsanteile treten auf, weil der Elastizitätsmodul des Betons bei höheren Temperaturen erheblich zurückgeht. Die darüber hinaus auftretenden nichtelastischen Verformungsanteile sind naturgemäß im wesentlichen dem Hochtemperaturkriechen zuzuschreiben, das im folgenden - da hier nur instationäre Vorgänge diskutiert werden - als "instationäres Warmkriechen" bzw. Übergangskriechen bezeichnet wird.

Neben diesen Verformungsmessungen liegen auch bereits erste Versuchserfahrungen mit dehnungsbehinderten Betonkörpern vor, was im Hinblick auf die Entwicklung von Zwängungskräften in Stahlbetonbauteilen im Brandfall von großer Bedeutung ist. Bei den Versuchen wurden die Betonprobekörper zunächst einer definierten Anfangsbelastung unterworfen und ihre Anfangsverformungen gemessen. Anschließend begann die Aufheizung, wobei durch kontinuierliches Verändern der äußeren Belastung die Anfangsverformung während der gesamten Aufheizphase konstant gehalten wurde, d. h. jegliche thermische Dehnung wurde durch zusätzliche, hydraulisch aufgebrachte Zwängungskräfte verhindert. Auf Abbildung 8 sind die ermittelten Zwängungskräfte von Versuchen mit verschiedenen Anfangsbelastungen in Abhängigkeit von der Versuchsdauer dargestellt.

Man erkennt daran, daß die Zwängungskräfte schon wenige Minuten nach Beginn der Erwärmung des Betons erheblich ansteigen und Werte von über 50 % der Kurzzeitbruchlast erreichen. Bei hoher Anfangsbelastung ist die relative Zunahme in den Zwängungen naturgemäß am geringsten, wohingegen die Absolutwerte zu einem Maximum führen.

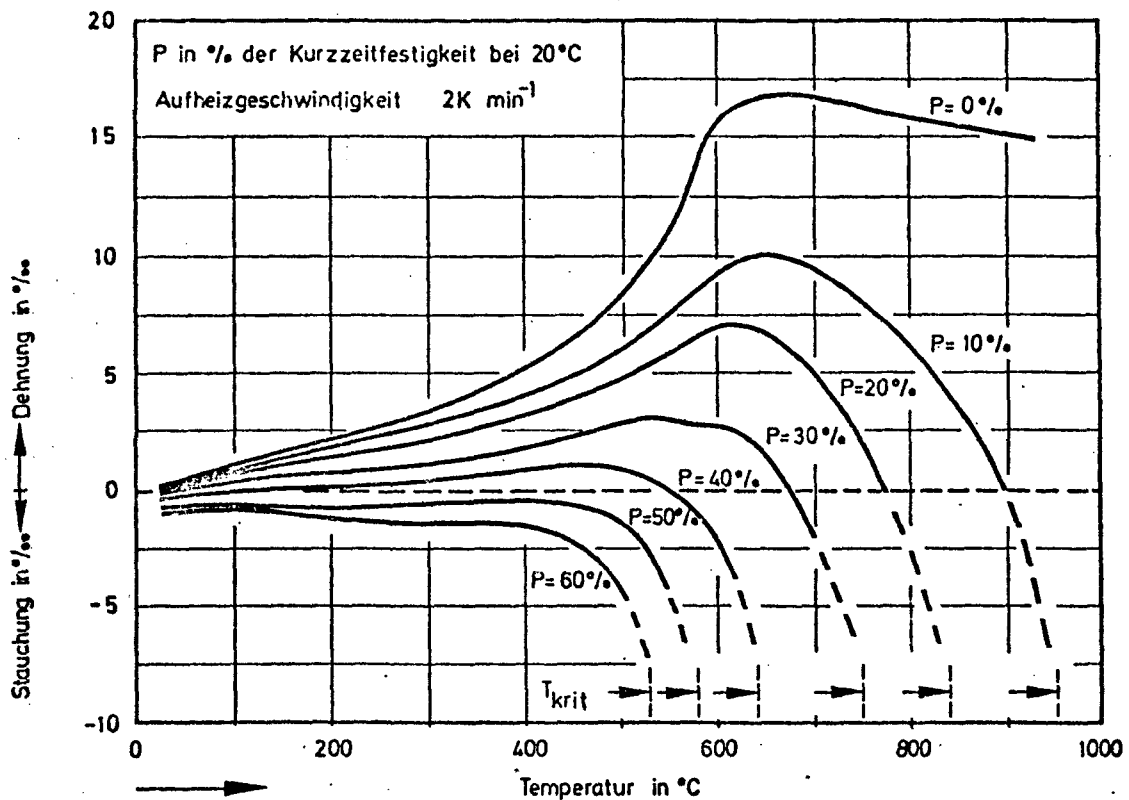


Bild 7: Gesamtverformung von Betonprobekörpern bei instationärer Wärmebeanspruchung

Aus Abbildung 8 geht weiterhin hervor, daß die zeitliche Entwicklung der Zwängungskräfte auch bei konstanter Aufheizgeschwindigkeit diskontinuierlich erfolgt, dabei scheinen die im Beton ablaufenden Entwässerungs- und Dehydrationsvorgänge von entscheidendem Einfluß zu sein. Aus diesem Grunde nehmen die Zwängungskräfte im Bereich von 100 bis 200 °C zunächst auch wieder ab, ein Effekt, der im wesentlichen durch die dort einsetzende Verdampfung des Kapillarwassers und damit in Verbindung stehenden Schwindvorgängen erklärt werden kann. Bei weiterer Temperaturerhöhung steigen die Zwängungskräfte erneut an und erreichen Maximalwerte, die bei 60 bis 70 % der Kurzzeitbruchlast bei Raumtemperatur liegen. Das Maximum liegt bei Temperaturen um 450 °C.

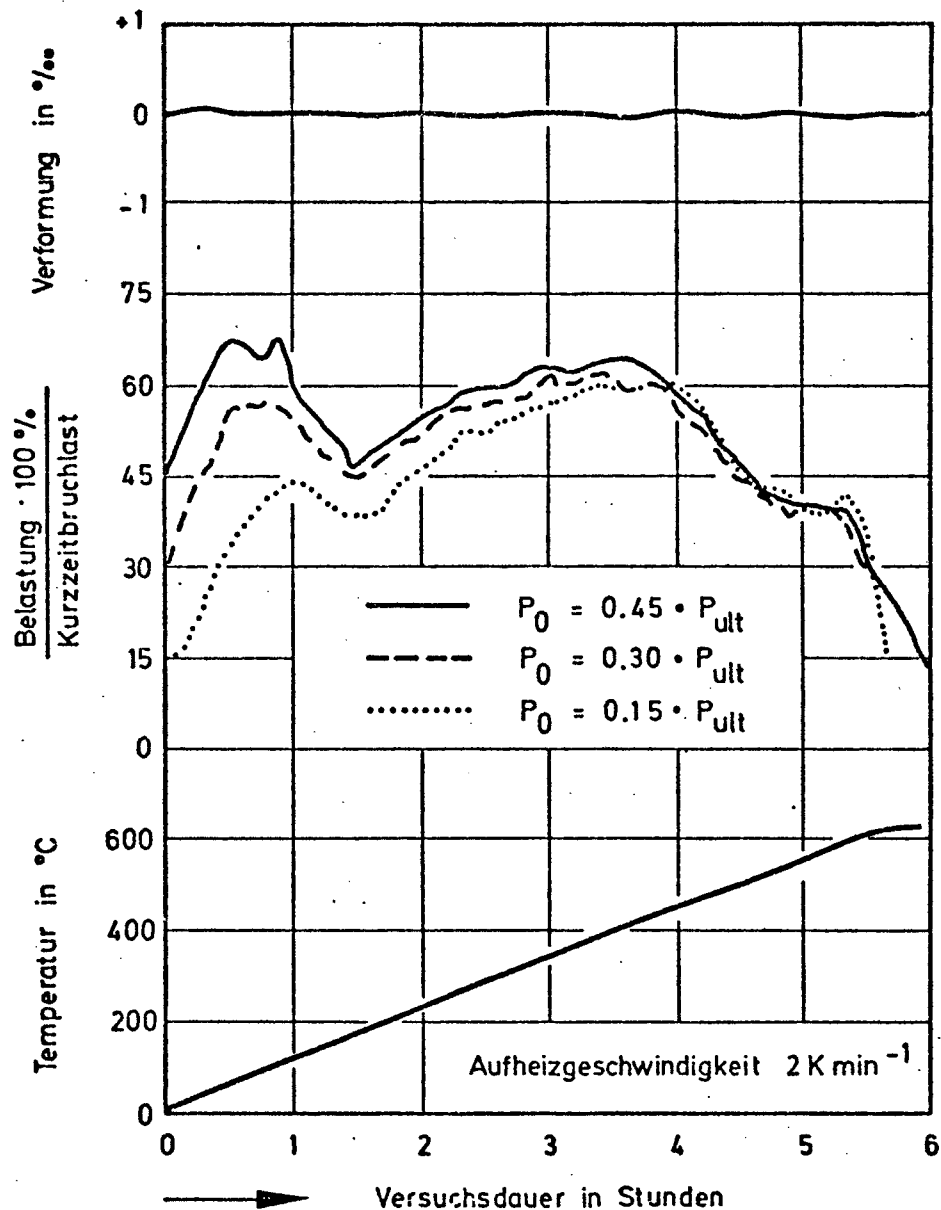


Bild 8: Zwangskräfte bei beheizten Betonprobekörpern bei vollständiger Dehnungsbehinderung

Ab 500 °C überwiegen Kriechen und Relaxation, d. h. obwohl die Temperaturen weiter ansteigen, nehmen die Zwängungskräfte laufend ab. Die thermisch bedingte Ausdehnungsgeschwindigkeit wird in dieser Phase von der infolge der thermischen Zersetzung des Betons stark zunehmenden Kriechgeschwindigkeit übertroffen. Bei Verwendung quarzhaltigen Zuschlagmaterials tritt häufig bei 573 °C noch ein kleiner Peak in den Zwängungskräften auf, der durch die mit der Quarzumwandlung verbundenen spontanen Volumendehnung zu erklären ist.

Aus praktischen Gründen erscheint es vorteilhaft und gangbar, bei numerischen Untersuchungen an Stahlbetonbauteilen die spannungsabhängigen Verformungsanteile nur in zwei Gruppen aufzuspalten und für die spannungsunabhängigen Verformungen (thermische Dehnung + Schwinden) sogar nur einen Term vorzusehen. Die spannungsabhängigen Verformungen wären aus dem Übergangskriechen und einem weiteren Term zu berechnen, der durch eine nichtlineare, temperaturabhängige Spannungs-Dehnungs-Beziehung vorgegeben werden könnte. Allerdings sind unsere derzeitigen Erfahrungen über den Anteil des Übergangskriechens an der Gesamtverformung des Betons noch relativ gering, weil dieser erfahrungsgemäß wieder von einer großen Anzahl betontechnologischer und thermischer Parameter abhängen wird, so daß die z. Z. unternommenen Versuche, diesen Einfluß in den Berechnungen zu berücksichtigen, nur als Tastversuche angesehen werden können.

Da sich die spannungsabhängigen Verformungsanteile im Betonquerschnitt experimentell nicht ohne weiteres voneinander getrennt ermitteln lassen, liegt es nahe, das Übergangskriechen bei numerischen Untersuchungen pauschal, d. h. mittels einer gezielten Erhöhung der Verformungskennwerte z. B. im Spannungs-Dehnungs-Diagramm zu berücksichtigen. Dies könnte beispielsweise durch Multiplikation der Verformungen mit einem spannungs- und temperaturabhängigen Faktor geschehen. Die Gesamtverformung ergäbe sich dann aus der thermischen Dehnung und einer modifizierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung, was zu einer erheblichen Vereinfachung in der numerischen Behandlung des Problems führen würde. Allerdings ist die Anwendbarkeit eines solchen Verfahrens allgemein noch nicht nachgewiesen und in vielen Fällen sicher auch nicht gerechtfertigt, es stellt deshalb zunächst nur eine Arbeitshypothese dar. In diesem Zusammenhang ist zu bedenken, daß das Verformungsverhalten des Betons bei stationärer Wärmebeanspruchung - z. B. im Brandfall - zwar außerordentlich komplex ist, es in praktischen Fällen oftmals jedoch genügen wird, mit einfachen Ansätzen zu rechnen, um im ingenieurmäßigen Sinne zu brauchbaren Lösungen zu gelangen.

4. Berechnung von Stahlbetonbauteilen unter Brandbeanspruchung

4.1. Allgemeines

Eine theoretische Spannungsanalyse in Stahlbetonbauteilen im Brandfall wird durch die geschilderten Zusammenhänge außerordentlich erschwert, so daß rechnerische Ansätze bisher nur wenig bekannt geworden sind. In diesem Zusammenhang erscheinen Untersuchungen an statisch unbestimmten Systemen besonders wichtig, weil diese im Brandfall durch Schnittgrößenumlagerung erhebliche Tragreserven entwickeln können. Im allgemeinen wird man davon ausgehen müssen, daß das Gleichgewicht zwischen den inneren und äußeren Schnittgrößen in jedem Querschnitt, unter Berücksichtigung des dort vorliegenden Temperaturfeldes, schrittweise berechnet werden muß, wobei selbstverständlich nicht-lineare Stoffgesetze in Ansatz gebracht werden müssen. Dabei ist zu beachten, daß aufgrund des im allgemeinen komplizierten Erwärmungsvorganges theoretisch jeder Isotherme im untersuchten Querschnitt ein bestimmtes Stoffgesetz zugeordnet werden muß und eine ausreichende Spannungsanalyse nur dann durchgeführt werden kann, wenn die Diskretisierung der Materialdaten über den Querschnitt durch die Festlegung hinreichend kleiner Rasterabstände gewährleistet ist. Über geeignete Stoffgesetze wurde in den vorhergehenden Abschnitten berichtet. Die den numerischen Untersuchungen zugrundeliegenden Materialgleichungen (Rechenfunktionen) werden in Abschnitt 4.2. angegeben.

4.2. Druckglieder unter Brandbeanspruchung

Die Stützenbemessung erfolgt in der Bundesrepublik Deutschland in der Regel mit Hilfe des sogenannten "Ersatzstabverfahrens" nach DIN 1045. Zur Abschätzung der Tragreserven eines Druckgliedes bei zusätzlicher thermischer Belastung muß daher auf die gleichen Grundvoraussetzungen zurückgegangen werden.

Für die folgenden Untersuchungen wird daher der sogenannte "Standardfall der Stabknickung" zugrunde gelegt, d. h. es werden gleiche Größe und gleichsinnige Endexzentrizitäten der Normalkraft N angenommen.

Um den o. g. Anforderungen zu entsprechen, werden die Materialgesetze so formuliert, daß für den "kalten" Zustand ($t = 0$, $T = T(0)$) eine Konvergenz der Rechenwerte zu den bekannten Traglastergebnissen erreicht wird. Die Materialgesetze - in Form von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen - müssen dazu so formuliert werden, daß die Ausgangsform nach DIN der jeweiligen Temperatur entsprechend modifiziert wird. Zu diesem Zweck werden alle Materialeigenschaften von Beton und Bewehrungsstahl in eine $T(t)$ -Abhängigkeit gebracht. Die Grundlage bilden die o. g. Versuchsdaten (s. Abschnitt 3.2, 3.3 und 3.4), sowie die Ergebnisse von Hochtemperaturuntersuchungen anderer Forscher, die hier aus Gründen der Übersicht nur zitiert werden konnten [19, 22, 23 und 24].

Die Formulierung der Werkstoffgesetze geschieht dann in der Form

$$\sigma = \sigma (\epsilon, T(t)). \quad (4.1)$$

Die Abbildungen 9 und 10 zeigen die so ermittelten Rechenwertfunktionen für Bewehrungsstahl und quarzitischen Beton in normierter Darstellung [26].

Die Temperaturfeldbelastung $T(x, y, t)$ erfordert somit ein punktweise anderes Materialverhalten. Dieser Sachverhalt machte die Entwicklung eines neuartigen Rechenverfahrens notwendig, das die Berechnung von Traglastverläufen thermisch beanspruchter prismatischer Rechteckstützen ermöglicht. Es werden dabei physikalische und geometrische Nichtlinearitäten ebenso berücksichtigt, wie die Einflüsse aus Rißbildung im Beton, Betonermüdung und Fließen der Bewehrung. Die Grundlage dieses Verfahrens ist eine dreidimensionale Diskretisierungsmethode [27].

Der in Stablängsachse veränderliche Momentenverlauf und die daraus resultierenden Verformungen, Krümmungen und Ausbiegungen werden iterativ ermittelt. Eine Variation der Randdehnungen und damit des M -Verlaufes bei konstanter Auflast, $M(N)$, liefert die maximal mögliche Gesamtexzentrizität der Auflast N für die Gleichgewichtslage im Traglastzustand.

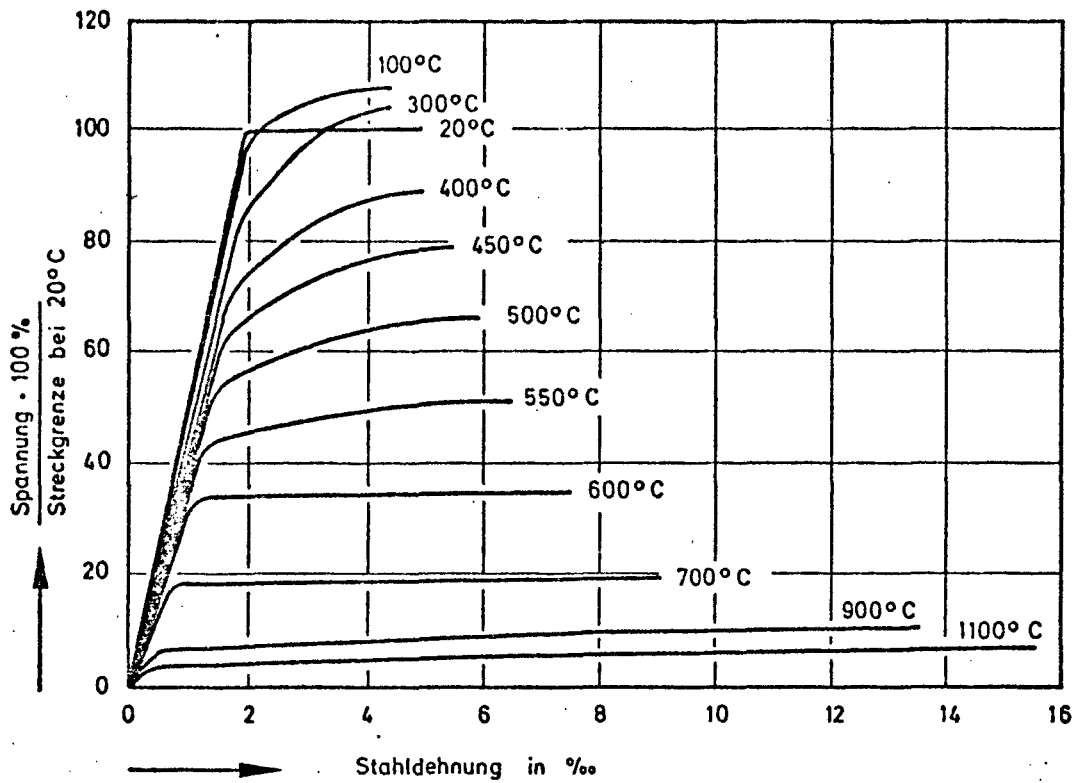


Bild 9: Rechenwerte der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Betonstahl bei hohen Temperaturen

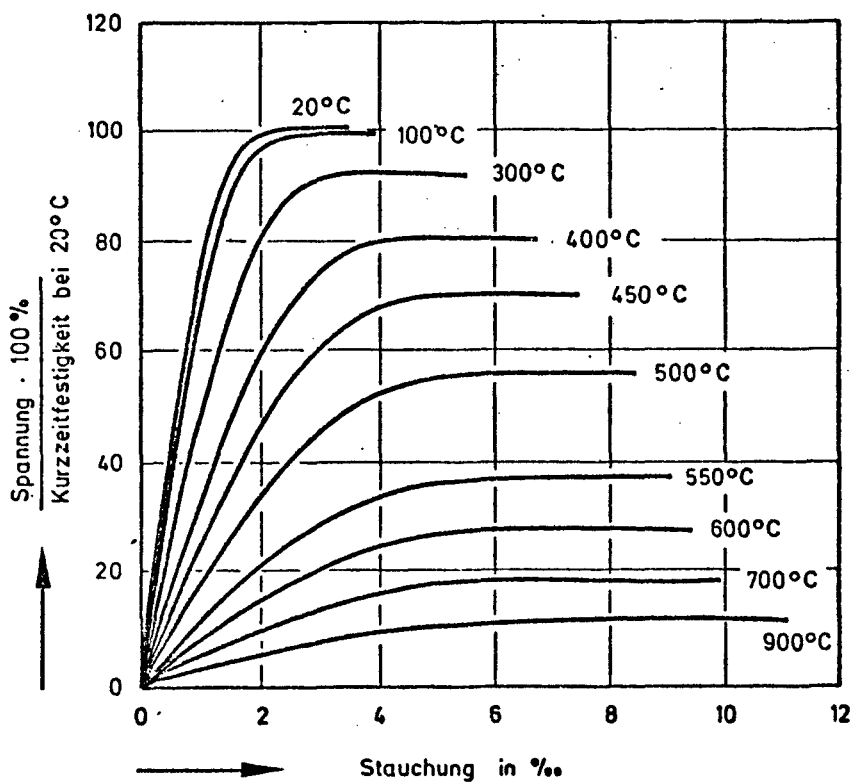


Bild 10: Rechenwerte der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Normalbeton bei hohen Temperaturen

Das gekoppelte Schnittgrößenpaar N und $M(N)$ läßt sich funktional darstellen als

$$N = N(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad (4.2.1)$$

$$M = M(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad (4.2.2)$$

Die unbekannten Randdehnungen $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ werden mit Hilfe des totalen Differentials der Funktionen (4.2.1) und (4.2.2)

$$\frac{\partial N}{\partial \varepsilon_1} \Delta \varepsilon_1 + \frac{\partial N}{\partial \varepsilon_2} \Delta \varepsilon_2 = \Delta N \quad (4.3.1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \varepsilon_1} \Delta \varepsilon_1 + \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_2} \Delta \varepsilon_2 = \Delta M \quad (4.3.2)$$

und der Nebenbedingung

$$\left. \begin{aligned} \Delta N &= N_{\sigma} - N_P \\ \Delta M &= M_{\sigma} - M_P \end{aligned} \right\} \rightarrow 0 \quad (4.4)$$

ermittelt. Die mit σ indizierten Schnittgrößen stellen die innere Schnittgröße dar, die mit P indizierten resultieren aus der äußeren Belastung.

Bild 11 zeigt die mit dieser Methode ermittelte temperaturabhängige $N_u - M_u$ -Interaktion für einen speziellen Querschnitt. Für gedrungene Stützen, die ohne Beeinflussung aus Theorie II. Ordnung ihren Traglastzustand erreichen, kann aus solchen Diagrammen der Versagenszeitpunkt abgelesen werden. Es ergibt sich dann, wenn die Bruchschnittgrößen N_u, M_u durch den temperaturbedingten Festigkeitsverlust auf die Größe der Gebrauchsschnittgrößen N_o, M_o reduziert sind. Für das vorliegende Beispiel stellt sich die kritische Zeit t_u - je nach Belastungskombination entsprechend DIN 1045 - im Zeitraum von etwa 40 bis 60 Minuten Brandeinwirkung ein.

Das hier in seinen Grundzügen geschilderte Rechenverfahren konvergiert bei Stützen für $t = 0$ sehr genau auf die bekannten Traglastwerte (Abweichung $< 2 \%$) [28, 29]. Die prinzipielle Richtigkeit des Rechenverfahrens kann damit als gesichert angesehen werden.

Bislang vorhandene experimentelle Ergebnisse für den Zusatzlastfall "Brand" liegen lediglich für Stützen ohne planmäßige Momentenbeanspruchung vor, also für "zentrisch" belastete Stützen. Dennoch kann mit Hilfe dieser Versuchswerte die Konvergenz des Rechenverfahrens abgeschätzt werden.

Definiert man die Traglast als das maximal aufnehmbare Wertepaar

$$N, M_u(N, t) \quad (4.5)$$

mit der Beziehung

$$M_u(N, t) = N \cdot e_u(t), \quad (4.6)$$

so kann der bereits nach kurzer Branddauer einsetzende Abbau der Traglast durch die $T(t)$ -bedingte Verkleinerung der Grenz-Exzentrizität $e_u(t)$ dargestellt werden als

$$e_u(t_n) > e_u(t_{n+1}). \quad (4.7)$$

Führt man eine sicherheitstheoretisch bedingte stets vorhandene, ungewollte Ausmitte infolge Systemimperfektion ein, etwa in der Größenordnung

$$\bar{e}_o = s_u/300, \quad (4.8)$$

so stellt t_u mit

$$e_u(t = t_u) \leq \bar{e}_o \quad (4.9)$$

den Zeitpunkt dar, zu dem keine planmäßige Momentenbeanspruchung mehr aufnehmbar ist. Dieser Zeitpunkt müßte somit in unmittelbarer Nähe des experimentell festgestellten Versagenszeitpunktes "zentrisch" belasteter Stützen liegen. Unter diesem Gesichtspunkt wurden die Stützenversuche der BAM aus den Jahren 1964 bis 1966 [30] nachgerechnet (vgl. Bild 12). Bei Berücksichtigung verschiedener Nebeneinflüsse, die den Ablauf der Versuche in nicht genau quantifizierbarer Weise beeinflusste [27], darf der rechnerisch bestimmte Versagenszeitpunkt t_u als befriedigend genau angesehen werden.

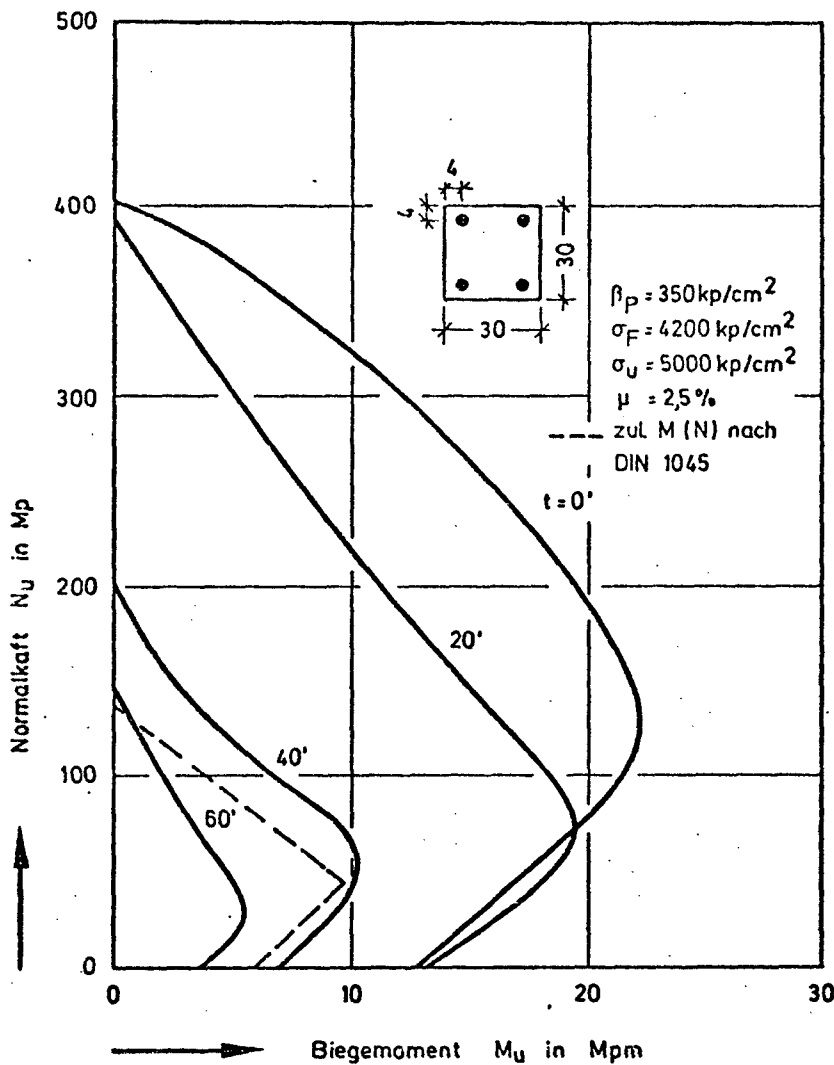
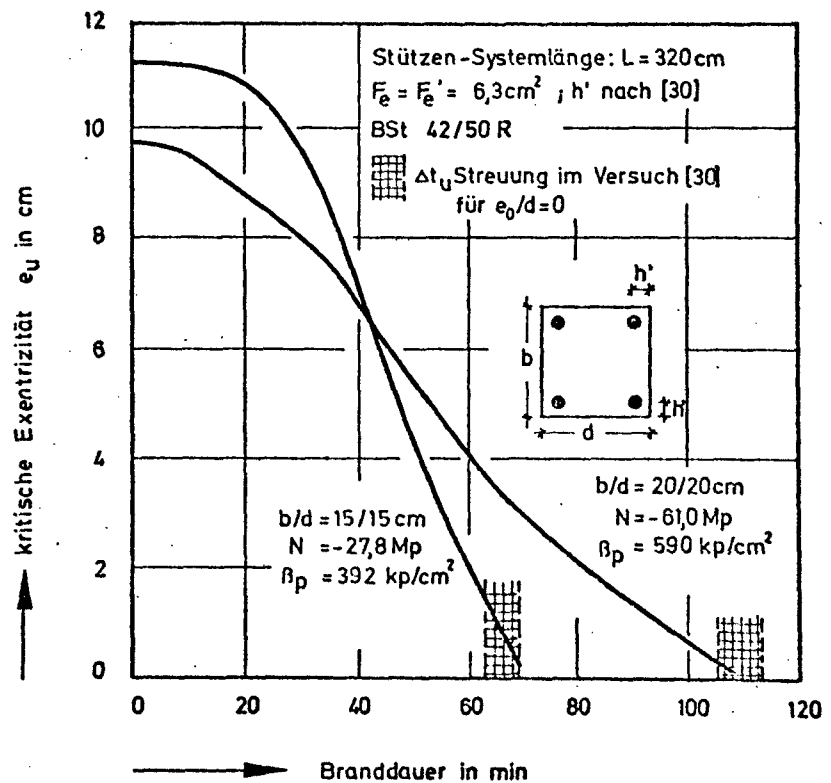


Bild 11:

Veränderung der Bruchschnittgrößen-Beziehung unter Temperatureinwirkung nach der ETK (vierseitige Erwärmung)

Bild 12:

Berechnung des Traglastverlaufes schlanker Stahlbetonstützen



4.3. Rahmen unter Brandbeanspruchung

Im folgenden soll das in Abschnitt 4.2. angegebene Verfahren zur Berechnung eines einhüftigen Rahmens unter Brandbeanspruchung angewendet werden. Als statisches System wurde angenommen, daß die Auflager des Rahmens gelenkig und unverschieblich sind, es ist jedoch möglich, das Berechnungsverfahren bei anderen Rahmensystemen zu verwenden. Weiterhin wird davon ausgegangen, daß Stütze und Riegel jeweils nur dreiseitig vom Feuer beansprucht werden, die vierte Stirnseite bleibt unbeheizt. Dies ist eine willkürliche Festlegung, es ist jedoch vorstellbar, daß die Brandbeanspruchung der Stütze nur von drei Seiten erfolgt, während dies bei wirklichen Bränden für die Riegel stets zutrifft. Riegel- und Stützenquerschnitt wurden gleichgroß gewählt ($b/d = 20/40$ cm). Der Rahmenriegel wird durch eine gleichmäßige Streckenlast belastet. Die Bewehrung wurde entsprechend dem Momentenverlauf angeordnet (s. Bild 13).

Die Berechnung wurde nach der Theorie I. Ordnung aufgestellt, da hier zunächst nicht beabsichtigt war, eine Traglastberechnung durchzuführen. Außerdem wirkt im Brandfall die Temperaturbeanspruchung der belastungsabhängigen Biegebeanspruchung der Stütze entgegen, so daß diese bei dreiseitiger Brandbeanspruchung zunächst eine gewisse Entlastung erfährt. Aus diesem Grunde und mit Rücksicht auf den zusätzlichen Rechenaufwand bei einer Berechnung nach der Theorie II. Ordnung schien eine erste Analyse des Rahmentragwerkes nach Theorie I. Ordnung ausreichend.

In der Berechnung werden zuerst die Temperaturfelder in Stütze und Riegel ermittelt, wobei auf das in Abschnitt 2. beschriebene Differenzenverfahren zurückgegriffen wurde. Die thermischen Randbedingungen wurden entsprechend des Normbrandes nach DIN 4102 gewählt. Nach den obigen Annahmen besitzen Riegel und Stütze gleiche Temperaturverteilung im Querschnitt. In der Berechnung der Temperaturfelder wurde die Feuchtigkeit des Betons mit 4,0 % berücksichtigt.

Zur Berechnung der inneren Schnittgrößen werden Riegel und Stütze in mehrere Abschnitte unterteilt. Die Unterteilung wurde so gewählt, daß die Krümmungsänderung längs eines Abschnittes gering war und deshalb vernachlässigt werden konnte. Die Berechnung der Krümmungen erfolgte jeweils in der Mitte der gewählten Abschnitte. Für den Riegel und für die Stütze waren im vorliegenden Beispiel fünf Abschnitte vorgesehen. Damit konnte die Bewehrungsführung in der Stütze besser erfaßt werden. Dieses war insbesondere auch deshalb notwendig, weil die Bewehrung im Eckbereich der Stütze wie in der Praxis üblich rahmenartig ausgeführt war.

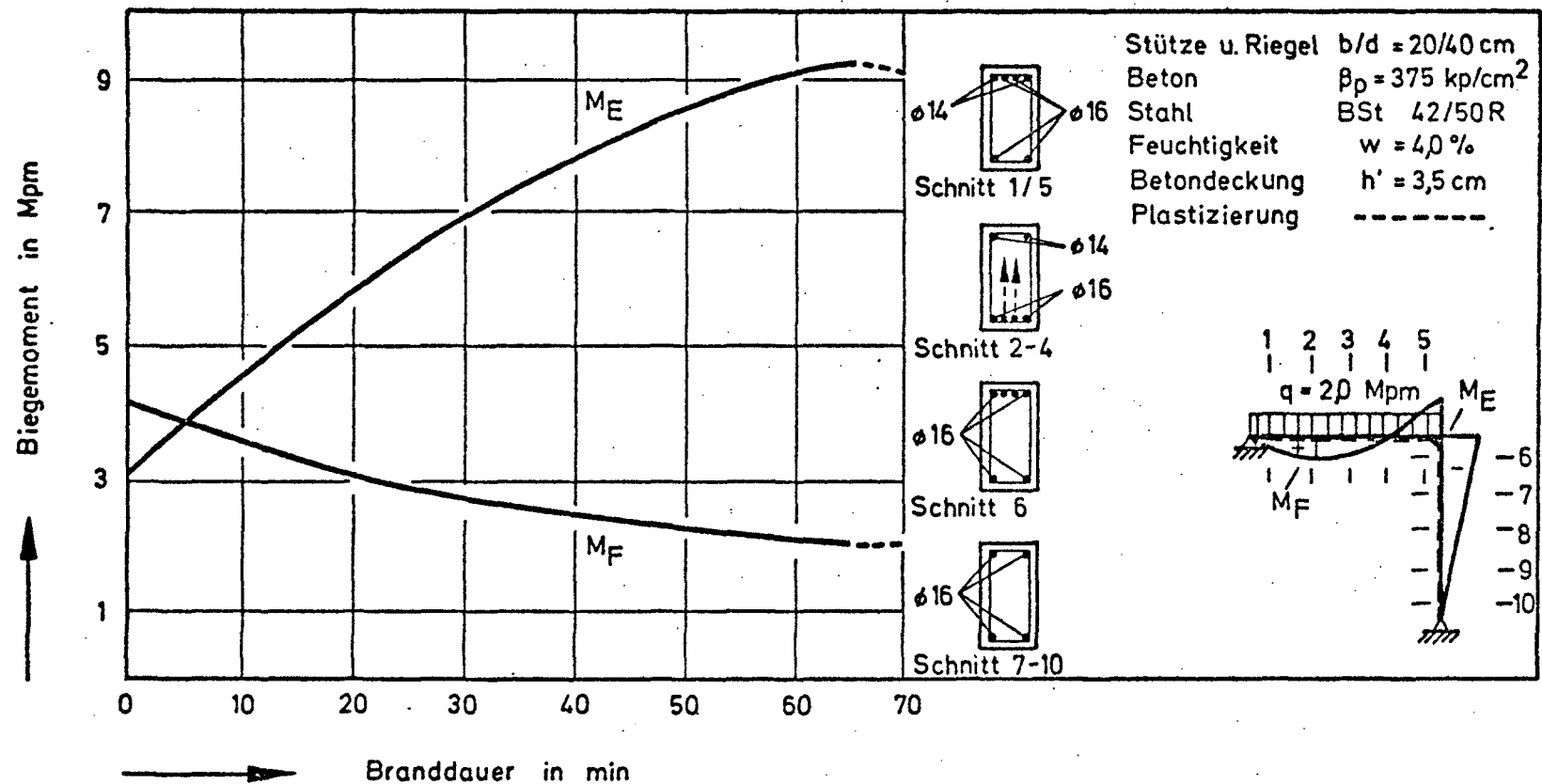


Bild 13: Verlauf des Eck- und Feldmomentes eines einhüftigen Rahmens unter Temperaturbeanspruchung nach der ETK

Ziel der Berechnung war, zu jedem Zeitpunkt den Momentenverlauf im Riegel und in der Stütze zu bestimmen. Im statischen System treten, außer den überzähligen Auflagerkräften, weder in der Stütze noch im Riegel Zwangskräfte durch Längsdehnungsbehinderung auf. Es wurde ein einfaches Iterationsverfahren gewählt, welches im folgenden kurz beschrieben wird:

Vor Beginn der Iteration wird das Eckmoment gewählt, hierzu kann für den Anfangswert die Elastizitätstheorie herangezogen werden. Dadurch wird der zugehörige anfängliche Momentenverlauf in jedem Schritt bekannt. Als weitere Schritte werden danach die Krümmungen in jeder Abschnittsmitte, wie in Abschnitt 4.2. ausführlich beschrieben ist, abhängig von den äußeren Schnittgrößen berechnet. Nach Ermittlung der Krümmungen in jedem Abschnitt wird geprüft, ob die statischen Randbedingungen und die Übergangsbedingungen am Knoten eingehalten sind. Ist dies nicht der Fall, wird die Iteration nach gezielter Veränderung des Momentenverlaufs wiederholt.

Kontrollrechnungen haben ergeben [31], daß der Rechenaufwand bei der Iteration relativ klein wird, wenn die Zeitschritte ebenfalls klein genug gewählt werden, weil dann zur Bestimmung der Krümmungen in den festgelegten Abschnitten sowie des endgültigen Momentenverlaufs nur wenige Iterationsschritte erforderlich sind.

Die Ergebnisse der Berechnung sind auf Bild 13 und 14 dargestellt. Erwartungsgemäß steigt das Eckmoment mit zunehmender Branddauer an, während das Feldmoment zurückgeht. Bemerkenswert ist, daß das Eckmoment bis zu 60 min in der gleichen Tendenz ansteigt. Nach 60 Minuten Branddauer beginnt in der Stütze unterhalb der Ecke im schwächer bewehrten Abschnitt (s. Bild 12, Schnitt 7) die Plastizierung, d. h. dort entsteht eine plastizierte Zone. Aus diesem Grunde steigt das Eckmoment bei weiterer Brandbeanspruchung nicht weiter an, sondern bleibt im wesentlichen konstant bzw. geht sogar etwas zurück. Der max. Wert des Eckmomentes beträgt für das hier gewählte Beispiel etwa 70 % des Bruchmomentes bei Raumtemperatur.

Es wird darauf hingewiesen, daß die hier aufgezeigten Tendenzen bisher experimentell nur mittelbar bestätigt werden konnten. Die im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig an Durchlaufsystemen durchgeführten Brandversuche [32], insbesondere jene an "Zweifeldträgern" mit unterschiedlichen Stützweiten- und Belastungsverhältnissen lassen

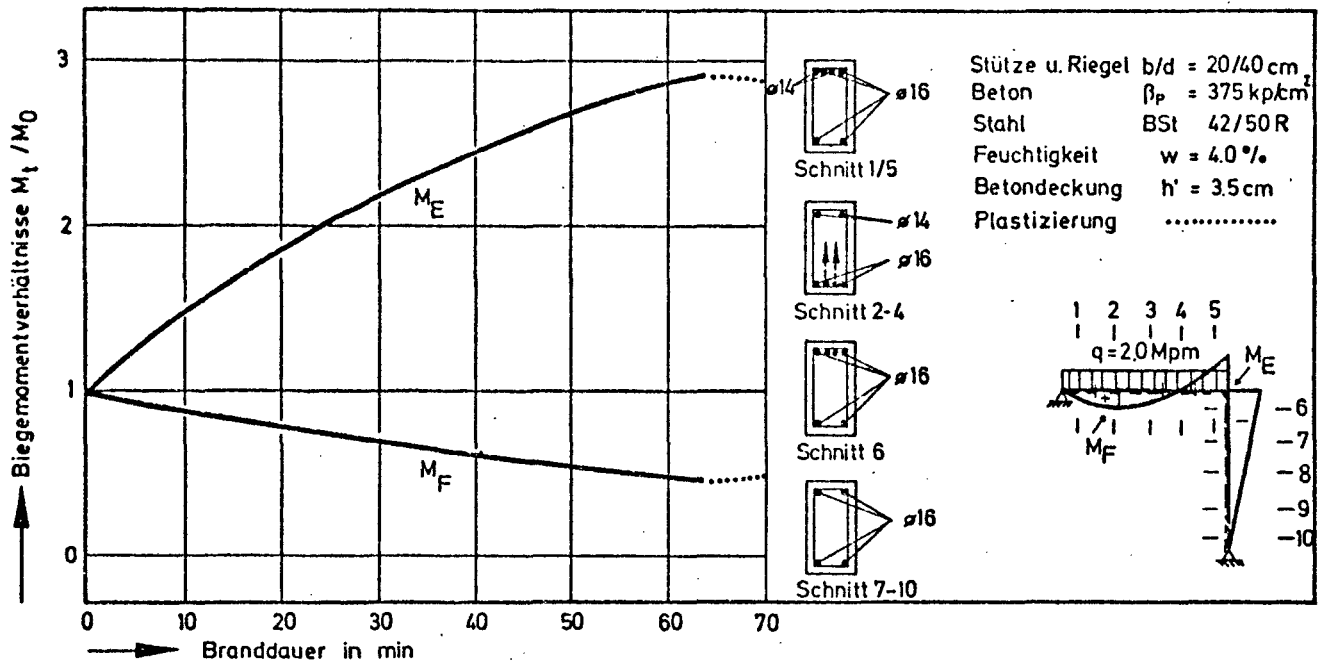


Bild 14: Verlauf der bezogenen Eck- und Feldmomente eines einhüftigen Rahmens unter Temperaturbeanspruchung nach der ETK

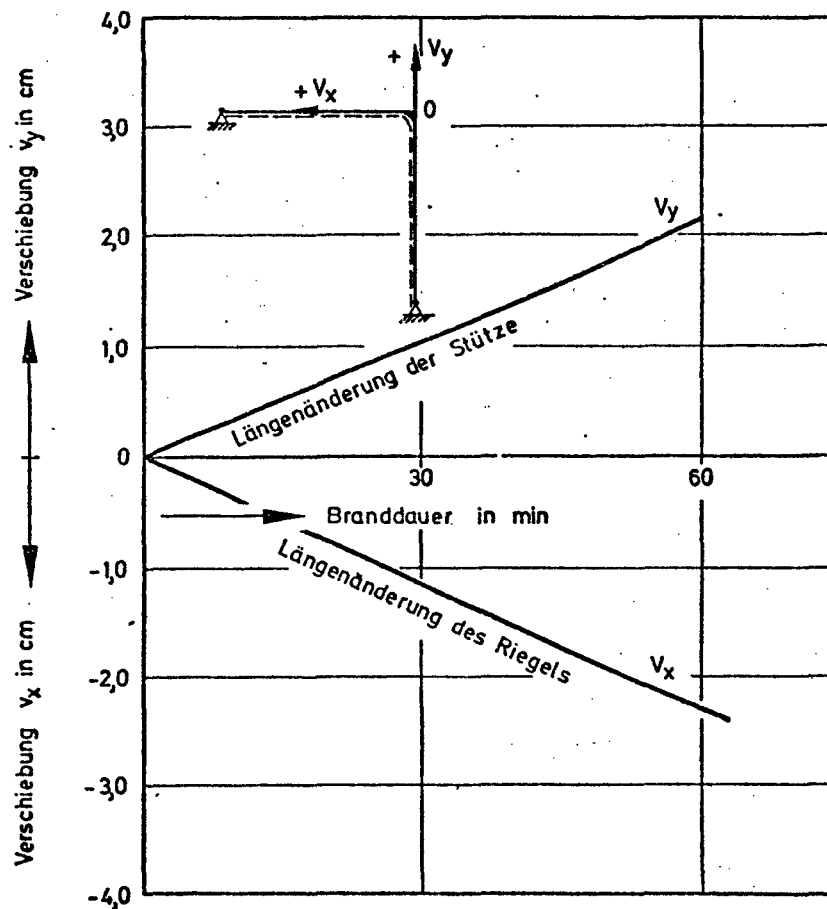


Bild 15: Längenänderungen der Systemstäbe an der Rahmenecke

sich jedoch auf den hier diskutierten Fall übertragen. Die zeitliche Entwicklung des Momentenverlaufs führte bei den genannten Versuchen zu qualitativ vergleichbaren Werten. Es hat sich gezeigt, daß beispielsweise das Stützmoment über dem Mittelaufleger bei Brandbeanspruchung von unten zunächst ansteigt und von einem gewissen Zeitpunkt an "Plastizierung" eintritt. In dem vorliegenden Beispiel eines einhüftigen Rahmens treten - bedingt durch die Auflagerbedingungen - zusätzliche Längskräfte im Riegel und in der Stütze auf. Dadurch bleiben im Brandfall Rahmensysteme im allgemeinen steifer als Durchlaufsysteme, weil letztere in der Regel frei von Längskraftbeanspruchung sind.

Auf Bild 15 ist die Eckverschiebung des Rahmens in vertikaler und horizontaler Richtung über der Branddauer dargestellt. Aus diesem Bild geht hervor, daß die Komponenten der Eckverschiebung in horizontaler und vertikaler Richtung nach außen gerichtet sind. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß das Verformungsverhalten von Stahlbeton-Tragwerken bei instationärer Wärmebeanspruchung außerordentlich komplex ist. Nach dem Stand der heutigen Erkenntnisse ist es nicht möglich, die tatsächlichen Verhältnisse rechnerisch exakt zu erfassen. Die auf Bild 15 aufgezeichneten Rechenergebnisse zeigen jedoch eine grundsätzlich richtige Tendenz. Ein Vergleich der Rechenwerte mit Verformungsmessungen an Durchlaufbalken unter Brandbeanspruchung hat zu vergleichbaren Ergebnissen geführt. Dieses kann als eine experimentelle Verifizierung der Berechnungen angesehen werden.

4.4. Zwangskräfte bei vollständiger Dehnungsbehinderung von Druckgliedern

Die freie thermische Dehnung einer brandbeanspruchten Stahlbetonstütze wird in der Regel mehr oder weniger stark durch andere Bauteile behindert (Unterzüge, Wandscheiben u. a.). Die mit dieser Dehnungsbehinderung verbundene Entwicklung von Zwangskräften muß bei komplexen Systemen in die Traglastberechnung einbezogen werden. Die Berücksichtigung der in Abschnitt 3.4. geschilderten Verformungsvorgänge ist bei derartigen Zwangsberechnungen von größter Bedeutung. Das dort erwähnte Hochtemperaturkriechen bewirkt eine merkliche Entlastung der Stütze und damit eine Traglaststeigerung. Aus Bild 16 ist die zeitliche Entwicklung der Zwängungskräfte für einen Querschnittstyp zu erkennen. Der $\Delta N(t)$ -Verlauf steigt sehr schnell bis auf ein Maximum an und nimmt danach langsam wieder ab. Naturgemäß hat auch die Höhe der Vorlast N_0 einen Einfluß auf die Entwicklung der Zwangskräfte (vergl. Abbildung 8), vereinfachend wurde hier jedoch angenommen, daß $N_0 = 0$ ist.

Bild 17 zeigt die Zwangskraftentwicklung für unterschiedliche Querschnitte ohne Berücksichtigung des Hochtemperaturkriechens. Es geht daraus hervor, daß das Maximum der Zwangskräfte mit zunehmenden Querschnittsabmessungen zu größeren Branddauern - von 30 auf 45 Minuten - verschoben wird, was durch die langsamere Durchwärmung der massiveren Querschnitte zu erklären ist. Weiterhin ist zu erkennen, daß sich Stützen mit einem Seitenverhältnis von 1 : 1 nicht wesentlich anders verhalten als mit einem Verhältnis von 1 : 2. Allerdings verläuft der Abbau der Zwängungen infolge fortschreitender Materialzerstörung bei den erstgenannten weniger steil, d. h. die Querschnitte werden besser ausgenutzt. Bei massiveren Querschnitten verschwinden diese Unterschiede jedoch fast vollständig.

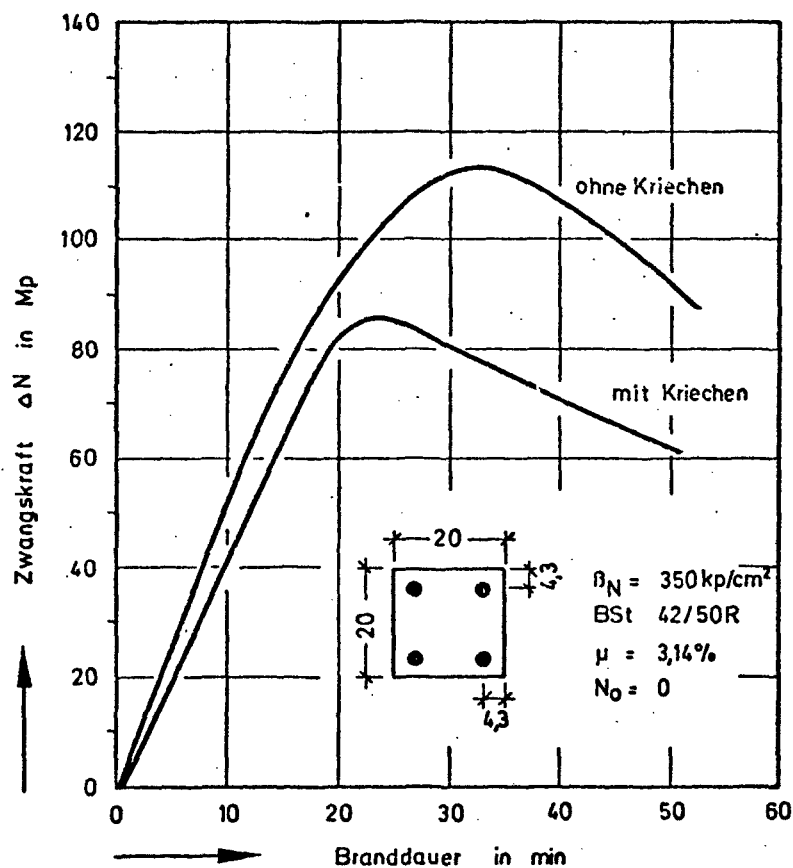


Bild 16: Einfluß des instationären Hochtemperaturkriechens auf die Zwangskraftentwicklung

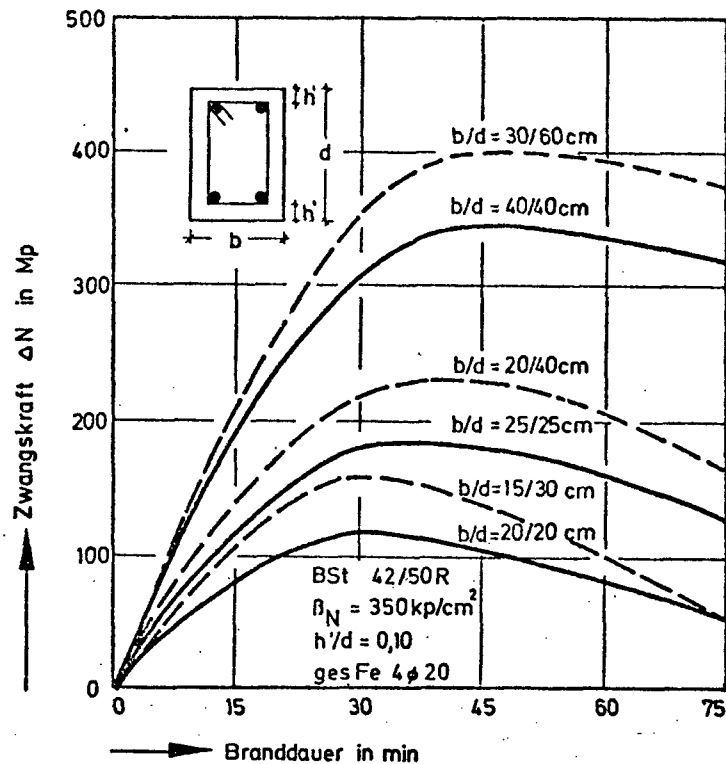


Bild 17: Entwicklung der Zwangskräfte in unbelasteten Stahlbetonstützen bei vollständiger Dehnungsbehinderung

Zu den beiden Darstellungen der Zwangskräfte auf Abbildung 16 und 17 muß jedoch angemerkt werden, daß hierbei noch keine Traglastuntersuchung eingeschlossen ist. Bei einer im Normalfall vorhandenen "planmäßigen Biegemomentenbeanspruchung" muß im Regelfall ein Stabilitätsversagen infolge Traglastüberschreitung bereits vor Erreichen des Maximums der Zwangskräfte erwartet werden [26]. Auch für "planmäßig zentrisch" belastete Stützen ergibt sich eine Gefahr, da parallel mit dem Anwachsen der Zwangskräfte ein Rückgang der zentrischen Tragfähigkeit verbunden ist. Für die hier untersuchten Querschnitte wird z. T. eine über 50 %-ige Ausnutzung der zentrischen Tragfähigkeit allein aus Zwangskräften erreicht.

5. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde über eine Methode berichtet, die es ermöglicht, das Verhalten von Stahlbetonkonstruktionen im Brandfall rechnerisch vorherzusagen. Grundlage des Verfahrens ist eine möglichst genaue Beschreibung der Materialeigenschaften bei hohen Temperaturen und eine Diskretisierung der Bauteilquerschnitte, um die Materialdaten punktweise veränderlich halten zu können. Dazu gehören sowohl thermische als auch mechanische Materialdaten. Es wurde gezeigt, daß insbesondere das Verformungsverhalten des Betons bei instationärer Wärmebeanspruchung außerordentlich komplex ist und die bisher bekannt gewordenen Materialgleichungen zur vollständigen Beschreibung des Problems kaum ausreichen dürften.

In der Berechnung werden zunächst die Temperaturfelder in den Bauteilen nach einem Differenzenverfahren ermittelt. Daran anschließend werden nach bestimmten Branddauern die Schnittgrößen der Stahlbetonbauteile infolge thermischer und äußerer Belastung bestimmt. Der dem Rechenverfahren zugrunde liegende Iterationsprozeß wird durch Festlegung relativ kleiner Zeitschritte beschleunigt, so daß auch komplizierte Systeme mit erträglichem Zeitaufwand berechnet werden können. Das Rechenverfahren wurde am Beispiel einer Stützenberechnung und eines einhüftigen Rahmens erläutert. Die Rechenergebnisse wurden - soweit dies möglich war - mit empirischen Untersuchungen verglichen, wobei allgemein eine gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen Werten und den Meßergebnissen festgestellt wurde.

Die vorliegende Untersuchung, die im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 148 "Brandverhalten von Bauteilen" der Deutschen Forschungsgemeinschaft durchgeführt wurde, kann als ein erster Versuch angesehen werden, das Brandverhalten von Stahlbetonbauteilen rechnerisch vorherzusagen. Eine Erweiterung der vorgeschlagenen Methode auf komplexe Bauteile scheint zum derzeitigen Zeitpunkt jedoch noch nicht ohne weiteres möglich, weil immer noch viele Fragen ungelöst sind. Es wird daher auch künftig erforderlich sein, die Forschungen auf diesem Gebiet fortzusetzen, um zu besseren Lösungen zu gelangen. Dazu bedarf es einer weiteren Klärung der baustoffkundlichen Fragen, wozu die im SFB 148 auf dem Betonsektor eingeschlagenen neuen Forschungsrichtungen beitragen können. Weiterhin müssen die numerischen Methoden noch wesentlich erweitert und verbessert werden, um die hohen Kosten für lange Rechenzeiten durch Entwicklung optimaler Iterationsverfahren auf ein Minimum zu reduzieren. Schließlich muß auch die Möglichkeit gegeben sein, das Brandverhalten von Stützen und rahmenartigen Bauteilen im Versuch zu ermitteln, um die Wirklichkeitsnähe der entwickelten rechnerischen Verfahren zu überprüfen und zu verbessern.

6. Schrifttum

- [1] Gary, M.: Brandproben an Eisenbetonbauten. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 11 und 33, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, (1911 und 1916).
- [2] Kristen, Th., u. Wierig, H.-J.: Der Einfluß hoher Temperaturen auf Bauteile aus Spannbeton. Der Bauingenieur, H. 1, (1960).
- [3] Gustaferro, A.H., Carlson, C.C.: An interpretation of results of fire tests of pre-stressed concrete building components, J.PCI, Vol.7, No. 5, Chicago, (1962).
- [4] Kordina, K.: Grundlagen für den Entwurf von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit bestimmter Feuerwiderstandsdauer. Festschrift Professor Rüschi, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, (1969).
- [5] Harmathy, T.Z.: Thermal properties of concrete at elevated temperatures. NRCC, Div. of Build. Res., Res.Pap.No. 426, Ottawa, (1970).
- [6] Allan, L.W., u. Harmathy, T.Z.: Fire endurance of selected concrete masonry walls. NRCC, Div. of Build. Res., Res.Pap.No. 538, Ottawa, (1972).
- [7] Binder, L.: Über äußere Wärmeleitung und Erwärmung elektrischer Maschinen. Dissertation TH München, (1910).
- [8] Schmidt, E.: Über die Anwendung der Differenzenrechnung auf technische Anheiz- und Abkühlprobleme. Beitrag zur techn. Mechanik und techn. Physik. (August-Föppl-Festschrift, S. 179/189). Springer-Verlag Berlin, (1924).
- [9] Moheit, W.: Widerstandsfähigkeit von Stahlbauten im Feuer. Fortschritt und Forschung im Bauwesen, Reihe D, H.27, Franksche Verlagshandlung, Stuttgart, (1957).
- [10] Kocherscheidt, W.: Feuerwiderstandsfähigkeit von Beton und Stahlbeton. Dissertation TH Stuttgart, (1963).
- [11] Busch, H.: Feuereinwirkung auf nicht brennbare Baustoffe und Baukonstruktionen. Zementverlag G.m.b.H., Berlin, (1938).
- [12] Bornemann, P.: Grundlagen für die Bemessung der Feuerwiderstandsdauer von Stahlbetonplatten. Dissertation TH Braunschweig, (1964).
- [13] Ödeen, K.: Teoretisk bestämning av temperaturförloppet i några av brand påverkade konstruktioner. Royal Institute of Technology, Bulletin 9, Stockholm, (1963).
- [14] Ehm, H.: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen. Dissertation, TH Braunschweig, (1966).

- [15] Otter, J.R.H.: Computations for Prestressed Reactor Pressure Vessels Using Dynamic Relaxation; Nuclear Structural Engineering, 1, (1965).
- [16] Fisser, W.: A finite element method for the determination of non-stationary temperature distribution and thermal deformation; Proc. Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Inst. of Techn., Wright Patterson A.F.Base, Ohio, (1965).
- [17] Schneider, U.: Über die Umrechnung von natürlichen Bränden auf die Brandbeanspruchung nach DIN 4102. Zentralblatt für Industriebau, Heft 1, S. 24 ff, (1973).
- [18] Harmathy, T.Z.: A comprehensive creep model. NRCC, Div. of Build. Res., Res. Pap. No. 324, Ottawa, (1967).
- [19] Thor, J.: Deformations and critical loads of steel beams under fire exposure. Lund Institute of Technology, Bulletin 35, Lund, (1973).
- [20] Harmathy, T.Z., u. Stanzak, W.W.: Elevated-temperature tensile and creep properties of some structural and prestressing steels. NRCC, Div. of Build. Res., Res. Pap. No. 424, Ottawa, (1970).
- [21] Sale, P.D.: Compression tests of structural steel at elevated temperatures. NBS, J. of Research, Volume 13, Res. Pap. No. RP 741, Washington, (1934).
- [22] Harmathy, T.Z., u. Berndt, J.E.: Hydrated portland cement and lightweight concrete at elevated temperatures. J.ACI, Title-No. 63-4, S.93 ff, (1966).
- [23] Weigler, H., u. Fischer, R.: Beton bei Temperaturen von 100 bis 750 °C. Mehmel-Festschrift, Beton-Verlag G.m.b.H., Düsseldorf, S. 87 ff, (1967).
- [24] Furamura, F.: Stress-strain relationship in compression of concrete at high temperatures. (japanisch) Trans.Arch. Inst. Tokyo, No. 174,1, (1970).
- [25] Schneider, U.: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen. Dissertation, TU Braunschweig, (1973).
- [26] Kordina, K., u. Klingsch, W.: Tragverhalten brandbeanspruchter Stahlbetonstützen, IVBH, Band 16, Quebec, (1974).
- [27] Klingsch, W.: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetonstützen mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung. Dissertation TU Braunschweig, (1975).

- [28] Quast, U.: Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt. Dissertation TU Braunschweig, (1970).
- [29] Liermann, K.: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern. Dissertation TU Braunschweig, (1972).
- [30] Becker, W., u. Stanke, J.: Brandversuche an Stahlbetonfertigstützen. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 215, (1970).
- [31] Haksever, A.: Zur Frage des Tragverhaltens von Stahlbetonrahmen unter Brandbeanspruchung. Dissertation TU Braunschweig (in Vorbereitung), (1975).
- [32] Wesche, J.: Stahlbetondurchlaufkonstruktionen unter Feuerangriff. Bericht des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig an das Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau (unveröffentlicht), (1974).